

Piotr Mizerka

doktorant na Uniwersytecie im. Adama Mickiewicza w Poznaniu,
Wydział Matematyki i Informatyki,
e-mail: piotr.mizerka@amu.edu.pl

Streszczenie mojej pracy doktorskiej z matematyki zatytułowanej "Wykluczanie i konstruowanie egzotycznych działań grup na sferach"

W artykule [1], Wu-Chung Hsiang oraz Wu Yi Hsiang piszą na stronach 224 i 231 w sposób następujący.

„Ze względu na istnienie naturalnych działań liniowych na przestrzeniach euklidesowych, sferach i dyskach, można uczciwie powiedzieć, że są one najlepszymi przestrzeniami testowymi w badaniu różniczkowalnych grup przekształceń (...) Podzielamy powszechne przekonanie, że badanie różniczkowalnych działań na tych najlepszych przestrzeniach testowych jest prawdopodobnie ciągle najważniejszym zagadnieniem dotyczącym grup przekształceń.”

Praca dotyczy egzotycznych gładkich działań grup skończonych na rozmaitościach. Skupiamy się na działaniach na sferach z jednym, bądź dwoma punktami stałymi. Wspomniana egzotyka oznacza, że działania nie są równoważne z liniowymi. Ważnym zagadnieniem jest, z jednej strony, wykluczanie egzotycznych działań, a z drugiej ich konstrukcja. W przypadku działań grupy skończonej G na sferze z dwoma punktami stałymi, rozważamy te przypadki, gdzie przestrzenie styczne w punktach stałych mają nieizomorficzne struktury $\mathbb{R}G$ -modułów.

Pierwszym tematem naszych badań jest wykluczanie gładkich działań grup skończonych na sferach z jednym punktem stałym. Podajemy strategię wykluczania działań z jednym punktem stałym na sferach o zadanym wymiarze. Strategia ta polega na wykorzystaniu własności homologicznych danych dotyczących punktów stałych oraz użycia teorii przecięć. Podajemy nowe algebraiczne warunki, wystarczające do wykluczania działań z jednym punktem stałym. Przedstawiamy algorytm, który, poprzez weryfikację odpowiednich wystarczających warunków (opisanych zarówno w tej pracy, jak i warunków uzyskanych wcześniej przez Morimoto i Tamurę [2] oraz Borowiecką i autora [3], [4]), pozwala nam wykluczyć rozważane działania. Wspomniany algorytm, zaimplementowany w języku GAP [5], daje nowe wyniki wykluczające.

Praca dotyczy również działań z dwoma punktami stałymi na sferach, dla których struktury $\mathbb{R}G$ -modułów na przestrzeniach stycznych w punktach stałych zdefiniowane za pomocą różniczkowania działania nie są ze sobą izomorficzne. Pytanie dotyczące takich działań zostało zadane przez Smitha [6], który zapytał, czy dla grupy skończonej G działającej w sposób gładki na sferze z dokładnie dwoma punktami stałymi, struktury $\mathbb{R}G$ -modułów zaindukowane na przestrzeniach stycznych w punktach stałych są izomorficzne. Hipoteza Laitinena [7] sugeruje negatywną odpowiedź na pytanie Smitha dla grup spełniających określone warunki algebraiczne. Chociaż wspomniana hipoteza nie jest prawdziwa w pełnej ogólności, zachodzi ona jednak dla szeregu grup

Piotr Mizerka

skończonych. Hipoteza Laitinena pozostaje nierozstrzygnięta dla różnych rodzin grup. Naszym głównym wynikiem tej części rozprawy jest wskazanie nowej nieskończonej rodziny grup skończonych, dla których zachodzi hipoteza Laitinena.

- [1] W.-c. Hsiang and W.-y. Hsiang, "Some problems in differentiable transformation groups," in *Proc. Conf. on Transformation Groups (New Orleans, La., 1967)*, Springer, New York, 1968, pp. 223–234.
- [2] M. Morimoto and S. Tamura, "Spheres not admitting smooth odd-fixed-point actions of S_5 and $SL(2, 5)$," *Osaka Journal of Mathematics*, 2018.
- [3] A. Borowiecka and P. Mizerka, "Nonexistence of smooth effective one fixed point actions of finite Oliver groups on low-dimensional spheres," *Bull. Pol. Acad. Sci. Math.*, vol. 66, no. 2, pp. 167–177, 2018, ISSN: 0239-7269. DOI: 10.4064/ba8150-9-2018. [Online]. Available: <https://doi.org/10.4064/ba8150-9-2018>.
- [4] A. Borowiecka, " $SL(2, 5)$ has no smooth effective one-fixed-point action on S^8 ," *Bull. Pol. Acad. Sci. Math.*, vol. 64, no. 1, pp. 85–94, 2016, ISSN: 0239-7269.
- [5] *GAP – Groups, Algorithms, and Programming, Version 4.10.2*, The GAP Group, 2019. [Online]. Available: <https://www.gap-system.org>.
- [6] P. A. Smith, "New results and old problems in finite transformation groups," *Bull. Amer. Math. Soc.*, vol. 66, pp. 401–415, 1960, ISSN: 0002-9904. DOI: 10.1090/S0002-9904-1960-10491-0. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1090/S0002-9904-1960-10491-0>.
- [7] E. Laitinen, M. Morimoto, and K. Pawałowski, "Deleting-inserting theorem for smooth actions of finite nonsolvable groups on spheres," *Comment. Math. Helv.*, vol. 70, no. 1, pp. 10–38, 1995, ISSN: 0010-2571. DOI: 10.1007/BF02565998. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1007/BF02565998>.

Piotr Mizerka