Prof. dr hab. Marian Nowak
Instytut Matematyki
Uniwersytet Zielonogórski

Zielona Góra, 12 września 2002 r.

Recenzja

rozprawy doktorskiej mgr Joanny Kończak

Wybrane własności przestrzeni Orlicza-Lorentza

Rozprawa doktorska mgr Joanny Kończak poświęcona jest badaniu własności geometrycznych funkcyjnych przestrzeni Orlicza-Lorentza $\Lambda_{\varphi,\omega}$ oraz ciągowych przestrzeni Orlicza-Lorentza $\lambda_{\varphi,\omega}$, gdzie zakłada się, że funkcja generująca φ jest dowolną wypukłą funkcją Orlicza a ω jest funkcją wagową.

Teoria przestrzeni Orlicza-Lorentza ma swoje źródło w pracach Kamińskiej z początku lat dziewięćdziesiątych XX wieku (zob. prace [36], [37], [38] w bibliografii rozprawy) i była następnie rozwijana przez Maligrandę (zob. praca [49] w bibliografii rozprawy) oraz przez Montgomery-Smith (zob. prace [51], [52] w bibliografii rozprawy). Wśród prac poświęconych teorii przestrzeni Orlicza-Lorentza, w szczególności poświeconych badaniu geometrii tych przestrzeni, warto również wymienić również prace Hudzika, Mastyło, Kolwicza, Foralewskiego, Cerdy, Cui, Shi oraz Raynaud.

Recenzowana rozprawa składa się z wstępu, trzech rozdziałów oraz bibliografii liczącej 59 pozycji (w tym najnowsze prace i monografie dotyczące geometrii przestrzeni Banacha).

Na początku rozdziału pierwszego oraz rozdziału drugiego Autorka zamieszcza podstawowe oznaczenia, definicje i własności dotyczące symetrycznych przestrzeni Kothego, funkcyjnych przestrzeni Orlicza-Lorentza oraz ciągowych przestrzeni Orlicza-Lorentza. Ułatwia to lekturę rozprawy.

W rozdziale pierwszym prezentowane są własności przestrzeni Orlicza-Lorentza $\Lambda_{\varphi,\omega}$ z normą Orlicza $\|\cdot\|^0_{\varphi,\omega}$. Pokazano tutaj, między innymi, że przestrzeń Orlicza-Lorentza $\Lambda_{\varphi,\omega}$ z normą Orlicza $\|\cdot\|^0_{\varphi,\omega}$ ma własność Fatou (Lemat 1.2).

Głównym wynikiem rozdziału pierwszego jest Twierdzenie 1.1, w którym wykazano równość normy Orlicza $\|\cdot\|^0_{\varphi,\omega}$ oraz normy Amemiyi $\|\cdot\|^A_{\varphi,\omega}$ na przestrzeni Orlicza-Lorentza $\Lambda_{\varphi,\omega}$. Jest to istotne uogólnienie na klasę przestrzenie Orlicza-Lorentza $\Lambda_{\varphi,\omega}$, znanego wyniku Hudzika i Maligrandy o równości norm Orlicza i Amemiyi na przestrzeniach Orlicza L^φ, gdzie zakłada się, że φ jest dowolną wypukłą funkcją Orlicza. Rozważany jest tutaj również problem osiągalności infimum we wzorze (1.7) dla dowolnego $x \in \Lambda_{\varphi,\omega}$. Pozytywnym rozwiązaniem tego naturalnego problemu jest Twierdzenie 1.2, poprzedzone Lematami 1.3 oraz 1.4. Oceniam te wyniki jako interesujące i wartościowe. Badany jest tutaj także związek między zbieżnością normową ciągów w przestrzeni Orlicza-Lotentza a zbieżnością według modularu $I_{\varphi,\omega}$ (Lemat 1.5). Uzyskano również jawny wzór na postać normy Orlicza funkcji charakterystycznej. Ponadto, prezentowane są tutaj charakteryzacje porządkowej ciągłości oraz ośrodkowości przestrzenie Orlicza-Lorentza $\Lambda_{\varphi,\omega}$ (Lemat 1.7).

Kolejnym ważnym wynikiem rozdziału pierwszego jest Twierdzenie 1.4 (poprzedzone Lematem 1.10) mówiące, że przestrzeń Orlicza-Lorentza $\Lambda_{\varphi,\omega}$ z normą Orlicza $\|\cdot\|^0_{\varphi,\omega}$ ma własność Kadeca-Klee względem lokalnej zbieżności według miary. Wynik ten jest interesujący a jego dowód jest wysoce nietrywialny.

W rozdziale pierwszym wykazano także, że przestrzeń Orlicza-Lorentza jest ściśle monotoniczna i nie zawiera porządkowej, liniowo-izometrycznej kopii ℓ^∞. W Twierdzeniu 1.14 uzyskano uogólnienie na przestrzenie Orlicza-Lorentza $\Lambda_{\varphi,\omega}$ z normą Orlicza $\|\cdot\|^0_{\varphi,\omega}$ wyniku Hudzika i Kamińskiej z 1995 roku (zob. pracę [26] w bibliografii rozprawy) dotyczącego charakteryzacji jednostajnej monotoniczności przestrzeni Lorentza.

W rozdziale drugim rozważane są ciągowe przestrzenie Orlicza-Lorentza $\lambda_{\varphi,\omega}$ z normą Orlicza. Badana jest tutaj, między innymi, monotoniczność i zawieranie kopii ℓ^∞ oraz zastosowania do teorii ciągowych przestrzeni Orlicza.

W rozdziale trzecim prezentowane są kryteria na to aby przestrzeń Orlicza-Lorentza $\Lambda_{\varphi,\omega}$ z normą Luxemburga $\|\cdot\|_{\varphi,\omega}$ była lokalnie jednostajnie niekwadratowa (zob. Twierdzenie 3.7, Twierdzenie 38, Twierdzenie 3.9). Podano również kryteria na to, aby punkt sfery jednostkowej w przestrzeni Orlicza-Lorentza $\Lambda_{\varphi,\omega}$ był punktem niekwadratowym (zob. Twierdzenie 3.10).

Warto również zaznaczyć, że część wyników rozprawy została już opublikowana w trzech pracach. Praca ([10] w bibliografii rozprawy), wspólna z Cui i Foralewskim, została opublikowana w Acta Math. Sci. Ser. B. Z kolei, praca ([19] w bibliografii rozprawy), wspólna z Foralewskim, została opublikowana w Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fis. Nat. Ser. A Mat. Autorska praca ([43] w bibliografii rozprawy) została opublikowana w Commentationes Mathematicae.

Chciałbym podkreślić, że uzyskanie wyżej wymienionych rezultatów wymagało od Autorki opanowania i sprawnego stosowania skomplikowanych technik dowodowych oraz rezultatów geometrii przestrzeni Banacha.

Recenzowana rozprawa jest bardzo starannie zredagowana. Sposób prezentacji wyników jest przejrzysty, wzbogacony dodatkowymi uwagami i wyjaśnieniami zawierającymi ich motywacje. Zamieszczone są liczne przykłady. Nie zauważyłem w rozprawie istotnych usterek językowych i redakcyjnych. Mam tylko jedną uwagę terminologiczną. Moim zdaniem, w literaturze przedmiotu, wypukłe funkcje Orlicza, które występują w całej rozprawie, nazywane są zwykle „funkcjami Younga", pozostawiając termin „funkcja Orlicza", dla funkcji, które nie muszą spełniać warunku wypukłości. Uwaga ta nie ma jednak żadnego znaczenia dla oceny wartości merytorycznej rozprawy.

Ocena merytoryczna rozprawy. Uważam, że tematyka ocenianej rozprawy doktorskiej mieści się w ważnym nurcie badań geometrii przestrzeni Banacha a otrzymane wyniki nawiązują do aktualnie prowadzonych badań w tej dziedzinie. Zawarte w rozprawie rezultaty są oryginalne a dowody głównych twierdzeń wymagały pokonania sporych trudności technicznych. Autorka z powodzeniem stosuje subtelne i trudne techniki dowodowe. Rozprawa doktorska mgr Joanny Kończak jest merytorycznie poprawna i wnosi ważny wkład do geometrii funkcyjnych i ciągowych przestrzeni Banacha.

Konkluzja. Biorąc powyższe pod uwagę jednoznacznie stwierdzam, że rozprawa doktorska mgr Joanny Kończak w pełni spełnia wymagania określone w Ustawie o stopniach i tytule naukowym. Wnioskuję o dopuszczenie mgr Joanny Kończak do dalszych etapów przewodu doktorskiego i nadanie Jej stopnia naukowego doktora w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych, w zakresie dyscypliny matematyka.

Ponadto, uważam, że rozprawa doktorka mgr Joanny Kończak zasługuje na wyróżnienie.

Marian Nowak