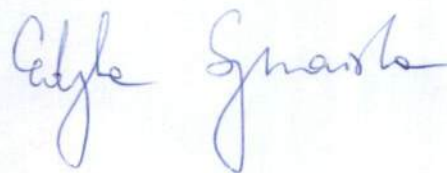


Autoreferat
Algorytmiczne aspekty teorii hipergrafów

dr Edyta Szymańska
Wydział Matematyki i Informatyki
UAM

A handwritten signature in blue ink, reading "Edyta Szymańska". The signature is written in a cursive style with a large, stylized 'E' and 'S'.

Imię i nazwisko: Edyta Szymańska

Posiadane dyplomy, stopnie naukowe:

doktor nauk matematycznych w zakresie informatyki, 1999, UAM

rozprawa: *Algorytmy równoległe znajdowania maksymalnego zbioru niezależnego w hipergrafach liniowych*, 1999, promotor: prof. dr hab. Michał Karoński

magister matematyki (specjalność: metody numeryczne i programowanie), 1994, UAM

praca: *Probabilistyczne algorytmy równoległe poszukiwania maksymalnego zbioru niezależnego w grafie*, 1994, promotor: prof. dr hab. Michał Karoński

Zatrudnienie:

od 1999 – adiunkt na Wydziale Matematyki i Informatyki UAM

Spis treści

Spis treści	i
1 Osiągnięcie naukowe	2
1.1 Lista publikacji wchodzących w skład osiągnięcia naukowego	2
2 Cel naukowy i wyniki	3
2.1 Skojarzenia	4
2.1.1 Skojarzenia doskonałe i prawie doskonałe	4
2.1.2 Algorytmy równoległe	8
2.1.3 Przybliżone zliczanie skojarzeń	10
2.2 Cykle Hamiltona	10
2.3 Kolorowania	11
2.3.1 2-kolorowanie	12
2.3.2 Silne kolorowanie	14
2.3.3 H -kolorowanie (homomorfizm)	15
3 Pozostałe osiągnięcia naukowo-badawcze	17
3.1 Skojarzenia maksymalne w grafach	18
3.2 Semi-skojarzenia w grafach dwudzielnych	19
Spis Pozostałych Publikacji	19
Bibliografia	21

4	Informacje dodatkowe	25
4.1	Osiągnięcia dydaktyczne	25
4.2	Osiągnięcia naukowo-badawcze	26
4.3	Działalność popularyzująca naukę	29

Rozdział 1

Osiągnięcie naukowe

1.1 Lista publikacji wchodzących w skład osiągnięcia naukowego

- [h1] Marek Karpiński, Andrzej Ruciński, and Edyta Szymańska. Computational complexity of the hamiltonian cycle problem in dense hypergraphs. In Alejandro López-Ortiz, editor, *LATIN 2010: Theoretical Informatics*, volume 6034 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 662–673. Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- [h2] Marek Karpiński, Andrzej Ruciński, and Edyta Szymańska. Computational complexity of the perfect matching problem in hypergraphs with subcritical density. *International J. of Foundations of Computer Science*, 21(06):905–924, 2010.
- [h3] Marek Karpiński, Andrzej Ruciński, and Edyta Szymańska. Approximate counting of matchings in sparse uniform hypergraphs. In M. Nebel and W. Szpankowski, editors, *Proceedings of the Meeting on Analytic Algorithms & Combinatorics, ANALCO 2013*, pages 72–79. SIAM, 2012.
- [h4] Edyta Szymańska. H -colorings of dense hypergraphs. *Information Processing Letters*, 112(23):899–902, 2012.
- [h5] Edyta Szymańska. The complexity of 2-coloring and strong coloring in uniform hypergraphs of high minimum degree. *Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science*, 15(2):121–138, 2013.
- [h6] Edyta Szymańska. The complexity of almost perfect matchings and other packing problems in uniform hypergraphs with high codegree. *European Journal of Combinatorics*, 34(3):632 – 646, 2013.

Rozdział 2

Cel naukowy i wyniki

Hipergraf to system zbiorów stanowiący uogólnienie grafu. Wszystkie problemy, o których wiadomo, że są obliczeniowo trudne dla grafów, pozostają trudne dla hipergrafów. Co więcej, niektóre problemy łatwe dla grafów jak, na przykład, problem istnienia skojarzenia doskonałego czy dwukolorowania są NP-zupełne już dla hipergrafów z krawędziami mocy 3. W 1952 Dirac udowodnił, że znany NP-zupełny problem istnienia cyklu Hamiltona w grafie staje się trywialny dla grafów o minimalnym stopniu $\delta(G) \geq |V(G)|/2$. W ostatnim dziesięcioleciu pojawiło się wiele prac (m. in. [RRS06a],[RRS08],[RRS09],[RRSS08],[Pik08],[KO06],[HPS09]) na temat własności strukturalnych hipergrafów spełniających warunek typu Diraca, które zainspirowały moje badania. Przedłożone osiągnięcie naukowe składa się z wyników dotyczących problemów skojarzeń, cykli Hamiltona oraz kolorowania i homomorfizmu w gęstych hipergrafach, które stanowią kontynuację a także rozszerzenie powyższych badań w aspekcie złożoności obliczeniowej.

Celem moich rozważań było pokazanie, dla jakiej wartości progowej stopnia wierzchołka (lub zbioru wierzchołków) rozpatrywane problemy decyzyjne są NP-zupełne, a dla jakich wielomianowe. Ponadto, tam gdzie to możliwe podałam efektywny algorytm konstruujący odpowiednie rozwiązanie.

Dla hipergrafu $H = H(V, E)$ zbiór bazowy V nazywamy zbiorem wierzchołków, natomiast podzbiory V należące do zbioru E nazywamy (*hiper*)krawędziami. Jeśli wszystkie krawędzie mają tę samą moc $k > 0$, to hipergraf nazywamy k -jednostajnym lub w skrócie, k -grafem.

Dla k -grafu odpowiednikiem grafowego minimalnego stopnia $\delta(G)$ jest *minimalny stopień rzędu l (l -stopień)*, oznaczany przez $\delta_l(H)$, dla $1 \leq l \leq k - 1$, definiowany jako największa liczba naturalna d taka, że każdy l -elementowy podzbiór wierzchołków jest zawarty w co najmniej d krawędziach. Zauważmy, że $\delta_1(H)$ oznacza minimalny stopień wierzchołka w hipergrafie. Natomiast intensywnie badany w

literaturze jest przypadek $l = k - 1$.

W dalszej części k -graf H , który ma n wierzchołków i minimalny stopień $\delta_l(H) \geq c \binom{n-l}{k-l}$ dla pewnego $1 \leq l \leq k - 1$ i stałej $c = c(k, l) > 0$ będziemy nazywać *gęstym*.

2.1 Skojarzenia

Zbiór $M \subseteq E$ rozłącznych krawędzi w H nazywamy *skojarzeniem*. Liczbę $r = |V(H)| - k|M|$ nazywamy *deficytem* M w H . Skojarzenie o deficycie r nazywamy r -deficytowym. Jeśli $r = 0$, to znaczy $|M| = \frac{|V(H)|}{k}$, to skojarzenie M nazywamy *doskonałym*.

W tym rozdziale omawiam wyniki z prac [h2, h6, h3]. W pierwszych dwóch artykułach celem było zbadanie złożoności obliczeniowej problemu istnienia skojarzenia z deficytem r w k -grafie o minimalnym stopniu $\delta_l(H) \geq c \binom{n-l}{k-l}$ dla $k \geq 3$, $1 \leq l \leq k - 1$, $r \geq 0$.

2.1.1 Skojarzenia doskonałe i prawie doskonałe

Omówienie wyników rozpoczniemy od wprowadzenia trzech problemów obliczeniowych: $\mathbf{PM}(k)$, $\mathbf{PM}(k, r)$ i $\mathbf{PM}_l(k, r, c)$.

Dla $k \geq 2$, przez $\mathbf{PM}(k)$ oznaczamy problem polegający na stwierdzeniu czy k -graf $H = (V, E)$ zawiera skojarzenie doskonałe. Problem $\mathbf{PM}(2)$ to klasyczne pytanie czy w grafie istnieje skojarzenie doskonałe. Twierdzenie Halla formułuje warunek konieczny i wystarczający na istnienie skojarzenia doskonałego w grafie dwudzielnym na podstawie sąsiedztw wierzchołków, a algorytm węgierski służy do jego skonstruowania. W dowolnym grafie zaś analogiczny warunek zapewnia twierdzenie Tutte’a (parzystość składowych) oraz znany jest wielomianowy algorytm Edmondsa [Edm65]. Zatem problem $\mathbf{PM}(2)$ należy do klasy wielomianowej $\mathcal{P}$.

Podobna charakteryzacja strukturalna nie jest znana dla hipergrafów zawierających skojarzenie doskonałe. Analog twierdzenia Halla dla hipergrafów dwudzielnych podany w [AH00] nie jest konstruktywny. W 2008 Asadpour, Feige i Saberi w pracy [AFS08] zredukowali pewną wersję problemu przydziału w szeregowaniu zadań z kryterium min-max, znaną jako *problem Świętego Mikołaja*, do problemu znajdowania skojarzenia doskonałego w klasie hipergrafów dwudzielnych (o dowolnym rozmiarze hiperkrawędzi), ale nie znaleźli efektywnego rozwiązania.

Dla $k \geq 2$, $\mathbf{PM}(k)$ jest równoważny problemowi decyzyjnemu zwanemu *dokładnym pokryciem przez k -zbiory*, który jest NP-zupełny dla $k \geq 3$, [GJ79].

Dla $k \geq 3$ i $r \geq 0$, przez $\mathbf{PM}(k, r)$ oznaczamy problem polegający na stwierdzeniu czy k -graf $H = (V, E)$ z $|V(H)| \equiv r \pmod{k}$ zawiera skojarzenie z deficytem r . W szczególności, gdy $0 < r < k$, $\mathbf{PM}(k, r)$ pyta o skojarzenie w H , które nie jest doskonałe, ale tak bliskie mu jak to jest tylko możliwe. Zauważmy, że $\mathbf{PM}(k, 0) = \mathbf{PM}(k)$.

Na koniec definiujemy wersję problemu, w której pojawia się parametr gęstościowy. Dla liczb całkowitych $k \geq 3$, $1 \leq l \leq k - 1$, $r \geq 0$ i liczby rzeczywistej $c > 0$, przez $\mathbf{PM}_l(k, r, c)$ oznaczamy problem analogiczny do $\mathbf{PM}(k, r)$, w którym pytamy czy k -graf $H = (V, E)$ o minimalnym l -stopniu $\delta_l(H) \geq c \binom{|V(H)|}{k-l}$ zawiera skojarzenie doskonałe o deficycie r , czyli skojarzenie M rzędu $|V(M)| = k|M| = |V(H)| - r$. W przypadku, gdy $l = k - 1$ będziemy używać uproszczonej notacji $\mathbf{PM}(k, r, c) := \mathbf{PM}_{k-1}(k, r, c)$.

Z twierdzenia Diraca wynika natychmiast, że jeśli dla n -wierzchołkowego grafu G , $n \equiv 0 \pmod{2}$, zachodzi $\delta(G) \geq \frac{n}{2}$, to G ma skojarzenie doskonałe. Problem $\mathbf{PM}(k, r, c)$ zainspirowany został serią wyników egzystencjalnych otrzymanych przez Röddla et al., którzy rozważając parametr $\delta_{k-1}(H)$, udowodnili najpierw asymptotycznie w [RRS06b], a następnie dokładnie w [RRS09] uogólnienie powyższego faktu dla k -grafów. Pokazali oni, że dla $k \geq 3$ oraz odpowiednio dużego n wartość progowa parametru $\delta_{k-1}(H)$, powyżej której istnieje w H skojarzenie doskonałe (mocy $\frac{n}{k}$) wynosi $\frac{n}{2} - k + \gamma_{k,n}$, gdzie $\gamma_{k,n} \in \{\frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3\}$ zależy od parzystości liczb k , n , $\frac{k}{n}$. W [RRSS08] prostszą metodą uzyskano nieco słabszy próg $\frac{n}{2} + \frac{k}{4}$.

Zaskakujące jest, że w przypadku skojarzeń deficytowych, czyli dla $r > 0$, wartość progu na skojarzenie z deficytem r wynosi $\frac{n-r}{k}$ o ile $r \geq (k-2)k$, a dla $0 < r < (k-2)k$ jest w przedziale $[\frac{n-r}{k}; \frac{n}{k} + O(\log n)]$. Zatem, we wszystkich przypadkach poza doskonałym wartość progowa $\delta_{k-1}(H)$ jest rzędu $\frac{n}{k}$, a w przypadku doskonałym jest rzędu $\frac{n}{2}$.

Natychmiastową konsekwencją powyżej omówionych wyników egzystencjalnych z [RRS09] jest fakt, że problem decyzyjny $\mathbf{PM}(k, 0, c)$ jest trywialny dla każdego $c \geq \frac{1}{2}$, a $\mathbf{PM}(k, r, c)$, $r > 0$, jest trywialny już dla $c > \frac{1}{k}$. (Odpowiedź brzmi TAK dla każdego k -grafu powyżej progu.)

Pierwsze wyniki moich badań dotyczących skojarzeń pojawiły się w pracy konferencyjnej [8], gdzie pokazałam, że dla $k \geq 3$, $r \geq 0$ i dowolnej stałej $c < \frac{1}{k}$, problem $\mathbf{PM}(k, r, c)$ jest NP-zupełny. Następnie, dla $r > 0$ podałam wielomianowy algorytm znajdujący r -deficytowe skojarzenie w każdym gęstym k -grafie z $c > \frac{1}{k}$. Wyniki te rozszerzyłam w pracy [h6], gdzie udowodniłam silniejszy rezultat o NP-zupełności podany niżej.

Twierdzenie 2.1 ([h6], Thm. 1.5). *Dla liczb całkowitych $k \geq 3$, $1 \leq l \leq k - 1$, $r \geq 0$ i dowolnej liczby rzeczywistej $c < 1 - (\frac{k-1}{k})^{k-l}$, problem $\mathbf{PM}_l(k, r, c)$ jest*

NP-zupełny.

Dowód twierdzenia 2.1 polega na redukcji z problemu $\mathbf{PM}(k)$. Dla danych k, r i $c < 1 - \left(\frac{k-1}{k}\right)^{k-l}$ oraz dowolnego hipergrafu H , który jest egzemplarzem problemu $\mathbf{PM}(k)$, konstruujemy hipergraf H' , egzemplarz problemu $\mathbf{PM}_l(k, r, c)$ (gadżet), w taki sposób, że H ma skojarzenie doskonałe wtedy i tylko wtedy gdy H' ma skojarzenie r -deficytowe. Kluczowym elementem konstrukcji jest specjalny hipergraf H_0 , w pewnym sensie krytyczny ze względu na zawieranie skojarzenia o deficycie r .

Powyższy wynik wraz z wynikiem z pracy [HPS09] daje ostry próg dla $k = 3$, $l = 1$ i $r = 0$.

Wniosek 2.1 ([h6], Cor. 1.6). $\mathbf{PM}_1(3, 0, c)$ jest $\begin{cases} \text{trywialny dla } c > \frac{5}{9}, \\ \text{NP-zupełny dla } c < \frac{5}{9}. \end{cases}$

Oprócz wyniku trudnościowego, praca [h6] zawiera również wielomianowe algorytmy konstruujące r -deficytowe skojarzenia dla $c > \frac{1}{k}$ i $r > 0$ oraz skojarzenie doskonałe, gdy $c \geq \frac{1}{2}$. Omówienie wyników algorytmicznych podzielam na trzy przypadki w zależności od wartości parametru deficytu r .

Konstrukcja skojarzenia o dużym deficycie ($r \geq (k-2)k$)

Ten przypadek jest najłatwiejszy.

Twierdzenie 2.2 ([h6], Prop. 1.2). *Dla każdego $k \geq 3$ i $r \geq (k-2)k$ istnieje algorytm zwany LDMATCHING, który w każdym k -grafie na $n \geq k$ wierzchołkach, gdzie $n \equiv r \pmod{k}$ i $\delta_{k-1}(H) \geq (n-r)/k$, znajduje r -deficytowe skojarzenie w H w czasie $O(n^{k+1})$.*

Algorytm LDMATCHING jest omówiony w dowodzie Proposition 1.2 w [h6]. Polega on na zachłannym budowaniu skojarzenia z rozłącznych krawędzi, a gdy tych zabraknie, na rozszerzaniu skojarzenia na drodze wymiany krawędzi.

Konstrukcja skojarzenia o małym deficycie ($0 < r < (k-2)k$)

Twierdzenie 2.3 ([h6], Thm. 1.3). *Dla każdego $k \geq 3$ i $0 < r < (k-2)k$ istnieją stałe C i n_0 , oraz algorytm zwany SDMATCHING, który w każdym k -grafie na $n \geq n_0$ wierzchołkach, gdzie $n \equiv r \pmod{k}$ i $\delta_{k-1}(H) \geq \frac{n}{k} + C \log n$ znajduje r -deficytowe skojarzenie M w H w czasie $O(\log n \cdot n^{k^2-2k})$.*

Algorytm SDMATCHING wykorzystuje technikę absorpcji wprowadzoną w pracy [RRS09], która polega na skonstruowaniu tzw. *silnego skojarzenia* rozmiaru $O(\log n)$, pozwalającego na absorpcję, czyli włączenie do skojarzenia wierzchołków pozostałych poza skojarzeniem otrzymanym w wyniku zastosowania procedury LDMATCHING (dodatni deficyt pozwala na stosunkowo łatwą absorpcję). Najważniejszym wynikiem w tej części jest nowy, konstruktywny dowód lematu (patrz Proposition 3.6 w [h6]), który gwarantuje istnienie silnego skojarzenia.

Konstrukcja skojarzenia doskonałego ($r = 0$)

Jest to najtrudniejszy przypadek, ponieważ wszystkie wierzchołki muszą być skojarzone.

Twierdzenie 2.4 ([h6], Thm. 1.4). *Dla każdego $k \geq 3$ istnieje stała n_0 oraz algorytm zwany PMATCHING, który w każdym k -grafie H na $n \geq n_0$ wierzchołkach, gdzie n jest podzielne przez k i $\delta_{k-1}(H) \geq \frac{n}{2} - k + c_{k,n}$ znajduje skojarzenie doskonałe w czasie $O(\log^4 n \cdot n^{k^2+k})$.*

Algorytm PMATCHING polega na sprawdzeniu, czy wejściowy hipergraf zawiera pewien krytyczny podhipergraf lub jego dopełnienie i na tej podstawie albo konstruuje skojarzenie korzystając z własności tego krytycznego hipergrafu albo, w przeciwnym wypadku, stosuje metodę absorpcji podobnie do przypadku z małym deficytem. Z algorytmicznego punktu widzenia najważniejszym elementem tego dowodu było pokazanie, że można w wielomianowym czasie sprawdzić asymptotyczne zawieranie krytycznego hipergrafu (patrz rozdział 3.4.2 w [h6]).

Najtrudniejszym zadaniem okazało się określenie złożoności obliczeniowej problemu istnienia skojarzenia doskonałego, czyli $\mathbf{PM}(k, 0, c)$, dla $c \in [\frac{1}{k}, \frac{1}{2}]$. Postawiona w pracy [h6] luka dla $c \in [\frac{1}{k}, \frac{1}{2}]$ gdy $r = 0$ została zawężona w pracy konferencyjnej [7], czego pełen dowód znajduje się w pracy [h2]. Dowodzimy tam następujące twierdzenie.

Twierdzenie 2.5 ([h2], Thm. 3). *Dla każdego $k \geq 3$ istnieje $\epsilon > 0$ taki, że jeśli $c \geq \frac{1}{2} - \epsilon$, to problem $\mathbf{PM}(k, 0, c)$ oraz odpowiadający mu problem obliczeniowy należą do klasy $\mathcal{P}$.*

Okazuje się, że w tym przypadku problem decyzyjny istnienia skojarzenia doskonałego jest wielomianowy mimo, że obie odpowiedzi, *TAK* i *NIE* są możliwe. W pracy [h2] pokazujemy jak efektywnie skonstruować skojarzenie doskonałe, jeśli takie istnieje lub certyfikat (w postaci odpowiedniej struktury) uzasadniający, że takie skojarzenie nie może istnieć. Postawiona w tej samej pracy hipoteza, że problem $\mathbf{PM}(k, 0, c)$ pozostaje wielomianowy w całym przedziale $(\frac{1}{k}, \frac{1}{2})$ została ostatnio

potwierdzona przez Keevasha, Knoxa i Mycrofta [KKM13]. Zaprezentowany tam algorytm korzysta z metody geometrycznej wprowadzonej w obszernym manuskrypcie [KM] i ma złożoność rzędu $O(n^{f(k)})$, gdzie $f(k) \geq k^{k+1}$.

2.1.2 Algorytmy równoległe

Wraz z wprowadzeniem równoległych modeli obliczeń w latach osiemdziesiątych zeszłego wieku pojawiło się wiele wyników zawierających alternatywne algorytmiczne podejście do klasycznych problemów kombinatorycznych. Szczególnie intrygujący w tym kontekście okazał się problem skojarzenia doskonałego w grafach (patrz monografia [KR98]). Dotychczas w modelu równoległym znane są jedynie algorytmy losowe rozwiązujące ten problem efektywnie oraz algorytmy wielomianowe dla specjalnych klas grafów, w tym grafów gęstych [DHK93]. Ta ostatnia praca zainspirowała nas do zbadania złożoności równoległej problemu skojarzeń w hipergrafach. Oprócz algorytmów sekwencyjnych, w pracach [7] i [h2] znajdują się algorytmy równoległe oraz dowód, że w gęstych hipergrafach problem istnienia skojarzenia doskonałego należy do równoległej klasy $\mathcal{NC}$. Podobnie jak w przypadku sekwencyjnych algorytmów, podane wyniki podzieliłam ze względu na rozmiar deficytu skojarzenia (parametru r).

Równoległa konstrukcja skojarzenia o dużym deficycie ($r \geq (k-2)k$)

Twierdzenie 2.6 ([h2], Thm. 4). *Dla każdego $k \geq 3$ i $r \geq (k-2)k$ istnieje stała n_0 oraz algorytm wielomianowy zwany PAR-LARGEDEFMATCH(r), który w każdym k -grafie H na $n \geq n_0$ wierzchołkach, gdzie $n \equiv r \pmod{k}$ i $\delta(H) \geq \frac{n-r}{k}$ znajduje r -deficytowe skojarzenie w $O(\log^3 n)$ rundach używając wielomianowej liczby procesorów. Wersja konstruktywna problemu $\mathbf{PM}(k, r, c)$ należy zatem do klasy NC^3 dla $r \geq (k-2)k$ i $c \geq \frac{1}{k}$.*

Algorytm PAR-LARGEDEFMATCH(r) składa się z równoległej procedury obliczającej maksymalne skojarzenie w wejściowym k -grafie, które następnie jest rozszerzane w sposób równoległy poprzez absorpcję wierzchołków nieskojarzonych. Najistotniejszym elementem algorytmu PAR-LARGEDEFMATCH(r) jest konstrukcja pomocniczego grafu, którego własności (patrz Fact 7 w [h2]) decydują o poprawności i efektywności zaproponowanej procedury.

Równoległa konstrukcja skojarzenia o małym deficycie ($0 < r < (k-2)k$)

Twierdzenie 2.7 ([h2], Thm. 5). *Dla każdego $k \geq 3$ and $0 < r < (k-2)k$ istnieją stałe n_0 i $C > 0$ oraz algorytm równoległy zwany PAR-SMALLDEFMATCH(r),*

Tablica 2.1: Złożoność problemu $\mathbf{PM}(k, r, c)$ dla $k \geq 3$. Dla każdego przypadku, gdy problem jest *t=trywialny* istnieją algorytmy z klas P i NC (równoległy) znajdujące skojarzenie z deficytem r .

$r \backslash c$	$c < \frac{1}{k}$	$\frac{1}{k}$	$(\frac{1}{k}, \frac{1}{2} - \epsilon)$	$[\frac{1}{2} - \epsilon, \frac{1}{2}]$	$c > \frac{1}{2}$
$r \geq (k-2)k$	NP-com	t	t	t	t
$0 < r < (k-2)k$	NP-com	?	t	t	t
$r = 0$	NP-com	?	$\mathcal{P}[\text{KKM13}]$	$\mathcal{P}$	t

który w każdym k -grafie na $n \geq n_0$ wierzchołkach, gdzie $n \equiv r \pmod{k}$ i $\delta(H) \geq \frac{n}{k} + C \log n$ znajduje r -deficytowe skojarzenie w $O(\log^3 n)$ rundach używając wielomianowej liczby procesorów. Wersja konstruktywna problemu $\mathbf{PM}(k, r, c)$ należy zatem do klasy NC^3 dla $0 < r < (k-2)k$ and $c > \frac{1}{k}$.

Algorytm $\text{PAR-SMALLDEFMATCH}(r)$ używa jako podprocedurę algorytmu z twierdzenia 2.6, który jest poprzedzony znajdowaniem silnego skojarzenia za pomocą nowego, równoległego algorytmu PAR-INDDOMSET .

Równoległa konstrukcja skojarzenia doskonałego ($r = 0$)

W tym przypadku nieco osłabiamy warunek na $\delta(H)$ i otrzymujemy algorytm równoległy obliczający skojarzenie doskonałe, znacznie prostszy od omówionego wcześniej algorytmu sekwencyjnego.

Twierdzenie 2.8 ([h2], Thm. 6). *Dla każdego $k \geq 3$ istnieje stała n_0 oraz algorytm równoległy zwany PAR-PERFECTMATCH , który w każdym k -grafie na $n \geq n_0$ wierzchołkach, gdzie n jest podzielne przez k i $\delta(H) \geq \frac{n}{2} + \frac{k}{4}$ znajduje skojarzenie doskonałe w $O(\log^3 n)$ rundach używając wielomianowej liczby procesorów. Wersja konstruktywna problemu $\mathbf{PM}(k, 0, c)$ należy zatem do klasy NC^3 dla $c > \frac{1}{2}$.*

Głównym elementem dowodu twierdzenia 2.8 jest specjalna konfiguracja absorbująca pozostałe na końcu nieskojarzone wierzchołki (patrz Def. 10 w [h2]).

Omówione powyżej wyniki mojego autorstwa dotyczące problemu $\mathbf{PM}(k, r, c)$ zebrane są w tabeli 2.1. Dla uzupełnienia obrazu umieściłam tam też wynik z pracy [KKM13].

2.1.3 Przybliżone zliczanie skojarzeń

Kolejnym badanym przeze mnie problemem było pytanie o łączną liczbę wszystkich skojarzeń w danym k -grafie. Problem ten jest $\#P$ -zupełny już dla grafów ($k = 2$), co oznacza, że nie jest możliwe podanie rozwiązania dokładnego w wielomianowym czasie. Valiant [Val79] wprowadził klasę problemów $\#P$ -zupełnych w 1979 roku i od tego czasu w głównym nurcie badań znajduje się poszukiwanie efektywnych metod przybliżonego zliczania. Jerrum i Sinclair w [JS89] podali losowy schemat przeliczania skojarzeń w grafach wykorzystujący metodę Monte Carlo łańcuchów Markowa (MCMC) oraz technikę ścieżek kanonicznych. W pracy [h3] uogólniamy tę metodę na hipergrafy spełniające lokalne ograniczenia. Podajemy w pełni wielomianowy, zrandomizowany schemat aproksymacyjny (FPRAS) dla liczby skojarzeń w k -grafach H , których grafy przecięć $L(H)$ zawierają ograniczoną liczbę indukowanych gwiazd $K_{1,3}$. Niech dla $s > 0$, $\mathcal{H}_s^k$ oznacza rodzinę k -grafów, których graf przecięć zawiera co najwyżej s wierzchołków, które są centrami (o stopniu równym trzy) indukowanych gwiazd $K_{1,3}$. Uzyskaliśmy następujące twierdzenie.

Twierdzenie 2.9. *Dla każdego $k \geq 3$ i $s \geq 0$ istnieje FPRAS dla problemu zliczania wszystkich skojarzeń w k -grafie $H \in \mathcal{H}_s^k$.*

Pokazujemy ponadto, że problem zliczania skojarzeń w k -grafach należących do rodziny $\mathcal{H}_0^k$ jest $\#P$ -zupełny oraz, że aproksymacja liczby skojarzeń jest problemem NP-trudnym dla tak wąskiej klasy jaką stanowią 2-regularne, liniowe k -grafy, dla każdego $k \geq 6$.

2.2 Cykle Hamiltona

Cyklem długości $l \geq k + 1$ nazywamy k -graf o l krawędziach, którego wierzchołki można uporządkować cyklicznie $v_1, \dots, v_l$ w taki sposób, że dla każdego $i = 1, \dots, l$, zbiór $\{v_i, v_{i+1}, \dots, v_{i+k-1}\}$ tworzy krawędź, gdzie dla $h > l$ mamy $v_h = v_{h-l}$. *Cyklem Hamiltona* w k -grafie H nazywamy rozpięty cykl w H . Zdefiniowany wyżej cykl często nazywa się *ciasnym*.

Niech $\mathbf{HAM}(k, c)$ oznacza problem polegający na stwierdzeniu czy istnieje cykl Hamiltona w k -grafie H o minimalnym stopniu $\delta_{k-1}(H) \geq c|V(H)|$. W przypadku $k = 2$ i $c = 0$ (brak ograniczenia na stopień) mamy do czynienia z klasycznym problemem istnienia cyklu Hamiltona w grafie, który jest NP-zupełny [GJ79]. Z kolei, z twierdzenia Diraca dla grafów wynika natychmiast, że problem $\mathbf{HAM}(2, 1/2)$ jest trywialny, bo każdy graf o minimalnym stopniu wierzchołka co najmniej $\frac{1}{2}|V(H)|$ zawiera cykl Hamiltona. W pracy [DHK93] pokazano komplementarny rezultat, iż problem $\mathbf{HAM}(2, c)$ jest NP-zupełny dla każdego $c < \frac{1}{2}$.

Badania nad cyklami Hamiltona w hipergrafach zainicjowane zostały przez Katonę i Kiersteada w [KK99]. Następnie w [RRS08], autorzy pokazali, że dla $k \geq 3$, $c > \frac{1}{2}$, i odpowiednio dużego n , każdy k -graf H o $|V(H)| = n$ i $\delta_{k-1}(H) \geq cn$ zawiera cykl Hamiltona. Wynika z tego natychmiast, że problem **HAM**(k, c) jest trywialny dla każdego $c > \frac{1}{2}$. W przypadku $c = \frac{1}{2}$ Rödl et al. [RRS11] udowodnili, że to samo zachodzi dla 3-grafów, a dla $k \geq 4$ problem jest ciągle otwarty.

W pracy [h1] uzyskaliśmy dwa przeciwstawne rezultaty na temat złożoności obliczeniowej problemu **HAM**(k, c).

Twierdzenie 2.10 ([h1], Thm. 1). *Dla każdego $k \geq 3$ i $c < \frac{1}{k}$ problem **HAM**(k, c) jest NP-zupełny.*

Dowód powyższego twierdzenia polega na redukcji z problemu **HAM**($2, c$) dla $c < \frac{1}{2}$. Główny krok to pokazanie, że dla każdego $k \geq 3$ i $\epsilon > 0$, ($\epsilon = \frac{1}{k} - c$), problem **HAM**($k - 1, \frac{1}{k-1} - \epsilon'$), gdzie $\epsilon' = \frac{k}{k-1}\epsilon$, redukuje się w wielomianowym czasie do **HAM**($k, \frac{1}{k} - \epsilon$) z użyciem k -grafu, w którym cykl Hamiltona jest umiejscowiony w specjalny sposób.

Z drugiej strony, dla dowolnego $\epsilon > 0$, wzmacniamy rezultat z [RRS08] i podajemy pierwszy wielomianowy algorytm konstruujący cykl Hamiltona w k -grafie H o minimalnym stopniu $\delta_{k-1}(H) \geq (1/2 + \epsilon)n$.

Twierdzenie 2.11 ([h1], Thm. 2). *Dla każdego $k \geq 3$ i $c > \frac{1}{2}$ istnieje wielomianowy algorytm zwany HAMCYCLE, który znajduje cykl Hamiltona w każdym k -grafie H , w którym $\delta_{k-1}(H) \geq c|V(H)|$.*

Algorytm konstruujący cykl Hamiltona rozpoczyna się od procedury zwanej ABSORBINGPATH, za pomocą której znajduje specjalną, dość krótką *absorbującą* ścieżkę A w H . Następnie procedura ALMOSTHAMCYCLE służy do skonstruowania prawie rozpiętego cyklu C zawierającego A . Ostatecznie, pozostałe w $H - C$ wierzchołki zostają wciągnięte do C za pomocą ścieżki A (i jej absorpcyjnej własności), by utworzyć cykl Hamiltona.

Główne elementy dowodu poprawności i efektywności algorytmu polegają na uogólnieniu i derandomizacji lematów probabilistycznych z pracy [RRS08]. Podobnie jak w przypadku skojarzeń, złożoność problemu **HAM**(k, c), dla c w $(\frac{1}{k}, \frac{1}{2}]$ stanowi poważną trudność i (w odróżnieniu od skojarzeń) pozostaje dotychczas nieokreślona.

2.3 Kolorowania

Moje dalsze badania, których wyniki zawarłam w pracach [h4, h5] skupiły się na warunkach „gęstościowych” dla złożoności problemu kolorowania hipergrafów. Ko-

lorowaniem hipergrafu $H = H(V, E)$ za pomocą r kolorów nazywamy funkcję $f : V \rightarrow \{1, 2, \dots, r\}$, dla której żadna krawędź e w H nie jest monochromatyczna, czyli f nie jest stała na e .

Dla liczb naturalnych k , $1 \leq l \leq k - 1$ i r , oraz liczby rzeczywistej $0 \leq c \leq 1$, definiujemy problem $\Pi^{k,l}(r, c)$ polegający na stwierdzeniu czy k -graf $H = (V, E)$ z $|V(H)| = n$ i $\delta_l(H) \geq c \binom{n-l}{k-l}$ jest r -kolorowalny.¹

Jeśli odrzucimy założenie o stopniu (wstawiając $c = 0$), to mamy do czynienia z klasycznym problemem kolorowania, który dla grafów ($k = 2$) jest wielomianowy dla dwóch kolorów, a NP-zupełny począwszy od trzech kolorów. Dla hipergrafów ($k \geq 3$) jest to problem NP-zupełny już w przypadku dwóch kolorów ($r = 2$), co pokazał Lovász w [Lov73].

Zagadnienie dwukolorowania hipergrafów znane też w literaturze pod nazwą *własność B* jest intensywnie badane z punktu widzenia ekstremalnej kombinatoryki. Z uwagi na jego związek z problemami spełnialności formuł boolowskich jest też w centrum zainteresowań informatyki teoretycznej. Wiele prac powstało na temat trudności aproksymacji problemu kolorowania hipergrafów dwukolorowalnych (dwudzielnych) za pomocą stałej liczby kolorów [DRS05], [GHS02]. Algorytm losowy o oczekiwanym wielomianowym czasie znajdujący dwukolorowanie dwudzielnych, losowych 3-grafów został podany w pracy [HPS09].

Wpływ wartości minimalnego stopnia w grafie na trudność jego kolorowania został zbadany po raz pierwszy przez Edwardsa w [Edw86]. Edwards rozważył problem $\Pi^{2,1}(r, c)$ i udowodnił, że $c = \frac{r-3}{r-2}$ jest progiem na trudność problemu r -kolorowania grafu, a dla $c > \frac{r-3}{r-2}$ podał algorytm wielomianowy znajdujący odpowiednie r -kolorowanie. Chen i Frieze [CF96] jako pierwsi rozważyli problem dwukolorowania gęstych 3-grafów. Moje wyniki dotyczą uogólnienia metody Edwardsa do 2-kolorowania dowolnych k -grafów i w szczególności poprawiają rezultat z [CF96]. Ponadto, wprowadzone metody stosują się również do silnego kolorowania 3-grafów i uogólnienia problemu kolorowania do homomorfizmu.

2.3.1 2-kolorowanie

W pracy [9] otrzymujemy pierwszy prawie optymalny wynik o charakterze dychotomicznym dla problemu kolorowania dwoma kolorami hipergrafów 3- i 4-jednostajnych. Dla ustalonej wartości progowej $c > 0$ stwierdzamy kiedy problem jest wielomianowy a kiedy trudny i podajemy efektywny algorytm. Otrzymane rezultaty zostały uogólnione w pracy [h5], gdzie dla każdej wartości $k \geq 3$, podany został algorytm

¹Zachowując koherencję tego omówienia będziemy dalej stosować oznaczenie k w stosunku do rozmiaru hiperkrawędzi, a r dla liczby kolorów. W cytowanych pracach jest odwrotnie.

konstruujący 2-kolorowanie w czasie wielomianowym o potędze zależnej od pewnego $\epsilon = \epsilon(c, k) > 0$.

Twierdzenie 2.12 ([h5], Thm. 1). *Dla każdego $k \geq 3$ i $l = 1, 2$*

$\Pi^{k,l}(2, c)$ *jest*
$$\begin{cases} NP\text{-zupełny} & \text{dla } c < 1 - \frac{1}{2^{k-l-1}}, \\ w\ P & \text{dla } c > 1 - \frac{1}{2^{k-l-1}}. \end{cases}$$

Co więcej, w drugim przypadku złożoność $\Pi^{k,l}(2, c)$ jest rzędu

$$O\left(\max\left\{n^{4/\epsilon+l} \log n; n^{\frac{4l}{\epsilon \log(1-\epsilon/2)^{-1}+1}}\right\}\right), \text{ gdzie } \epsilon = c - 1 + \frac{1}{2^{k-l-1}}.$$

W skrócie, algorytm rozwiązujący powyższy problem polega na znalezieniu w wejściowym k -grafie H zbioru wierzchołków K rozmiaru $O(\log n)$ o takiej własności, że *link*, czyli (hiper)graf w sąsiedztwie każdego wierzchołka lub pary wierzchołków z H indukowany przez K , zawiera co najmniej jedną kopię grafu z pewnej z góry ustalonej rodziny $(k-l)$ -grafów $\mathcal{F}$. Następnie, dla każdego poprawnego 2-kolorowania k -grafu indukowanego przez K , czyli $H[K]$, algorytm sprawdza czy to kolorowanie daje się rozszerzyć na pozostałe wierzchołki H korzystając z własności rodziny $\mathcal{F}$ oraz, w niektórych przypadkach, redukcji do wielomianowego problemu 2-SAT. Istotne jest to, że zbiór K jest na tyle mały, iż można efektywnie sprawdzić jego wszystkie możliwe kolorowania. Co więcej, rodzina $\mathcal{F}$ składa się z niedwudzielnych $(k-l)$ -grafów, a zatem dowolne właściwe dwukolorowanie K indukuje monochromatyczną krawędź w linku wierzchołka lub pary wierzchołków i tym samym redukuje liczbę dostępnych dla nich kolorów.

Kluczowym elementem zaproponowanego algorytmu jest znalezienie zbioru K o żądanej własności (patrz Lemma 4.1 w [h5]). Z kolei istnienie zbioru K w gęstym k -grafie wynika z założenia na stopień wierzchołka lub pary wierzchołków oraz ekstremalnych własności gęstych hipergrafów, które zostały pokazane w rozdziale 4.2 pracy [h5].

Wynik trudnościowy jest ogólniejszy, bo dowodzimy, że problem $\Pi^{k,l}(2, c)$ jest NP-zupełny dla $c < 1 - \frac{1}{2^{k-l-1}}$ dla wszystkich $1 \leq l \leq k-1$. Dowód ten polega na redukcji z problemu dwukolorowania k -grafów przy użyciu odpowiedniego gadżetu, który działa gdy c jest dowolnie bliskie, ale mniejsze od wartości progowej ($\epsilon > 0$).

Ponadto, dla 3-,4- i 5-grafów otrzymujemy alternatywne algorytmy. Stosując znane wyniki z ekstremalnej teorii grafów i hipergrafów dotyczące liczby trójkątów i płaszczyzn Fano w gęstych hipergrafach pokazujemy jak można zredukować czas ich działania. Wskazujemy także na szansę poprawienia złożoności czasowej w szerszej rodzinie przypadków pod warunkiem uzyskania nowych wyników o liczbach Turána dla hipergrafów oraz oszacowań liczby kopii płaszczyzny Fano w 3-grafach, których rozmiar przekracza liczbę Turána dla płaszczyzny Fano.

Twierdzenie 2.13 ([h5], Thm. 2). *Złożoność problemu*

- a) $\Pi^{3,2}(2, c)$ jest rzędu $O\left(\max\left\{n^3 \log n; n^{\frac{2}{\log(1-c)^{-1}+1}}\right\}\right)$ dla $c > 0$,
- b) $\Pi^{3,1}(2, c)$ jest rzędu $O\left(\max\left\{n^3 \log n; n^{\frac{3}{\log(1-\epsilon)^{-1}+1}}\right\}\right)$, a $\Pi^{4,2}(2, c)$ jest rzędu $O\left(\max\left\{n^4 \log n; n^{\frac{3}{\log(1-\epsilon)^{-1}+1}}\right\}\right)$ dla $c > \frac{1}{2}$ i $\epsilon = c - \frac{1}{2}$
- c) $\Pi^{4,1}(2, c)$ jest rzędu $O\left(\max\left\{n^8 \log n; n^{\frac{7}{\log(1-\epsilon^8/2)^{-1}+1}}\right\}\right)$, a dla $\Pi^{5,2}(2, c)$ jest rzędu $O\left(\max\left\{n^9 \log n; n^{\frac{7}{\log(1-\epsilon^8/2)^{-1}+1}}\right\}\right)$ dla $c > \frac{3}{4}$ i $\epsilon = c - \frac{3}{4}$.

2.3.2 Silne kolorowanie

Dane r -kolorowanie hipergrafu H nazywamy *silnym*, jeśli dla każdej krawędzi e w H każdy kolor występuje w niej co najwyżej raz, czyli f jest różnowartościowa na e . Analogicznie jak poprzednio, dla liczb naturalnych k i $r \geq k$, oraz liczby rzeczywistej $0 \leq c \leq 1$, definiujemy problem $\Pi_s^{k,1}(r, c)$ polegający na stwierdzeniu czy k -graf $H = (V, E)$ z $|V(H)| = n$ i $\delta_1(H) \geq c \binom{n-1}{k-1}$ jest silnie r -kolorowalny. (Ten problem jest interesujący tylko dla $l = 1$ - patrz Remark 1.10 w [h5].)

W pracy [h5] określamy złożoność problemu silnego kolorowania 3-grafów o minimalnym stopniu wierzchołka co najmniej $c \binom{|V(H)|-1}{2}$, dla pewnego c i podajemy wielomianowy algorytm konstruujący odpowiednie silne kolorowanie.

Twierdzenie 2.14 ([h5], Prop. 1.8). *Dla $r \geq 3$,*

$$\Pi_s^{3,1}(r, c) \text{ jest } \begin{cases} NP\text{-zupełny} & \text{dla } c \leq \frac{(r-3)(r-4)}{(r-2)^2}, \\ w P & \text{dla } c > \left(\frac{r-3}{r-2}\right)^2. \end{cases}$$

Dowód pierwszej części powyższego twierdzenia polega na redukcji z problemu silnego 3-kolorowania 3-grafów, który jest NP-zupełny. Druga część natomiast wynika z twierdzenia Edwardsa [Edw86] dla grafów. Okazuje się, że silne kolorowanie k -grafu H jest równoważne kolorowaniu tzw. grafu klikowego otrzymanego z H w wyniku zastąpienia każdej hiperkrawędzi k -kliką (Remark 1.7 w [h5]). Dodatkowo, jeśli H jest gęsty, to jego graf klikowy też jest gęsty (Fact 5.1).

Dla $r = 3$ widać, że $\Pi_s^{3,1}(3, c)$ jest w P dla każdego $c > 0$, podczas gdy dla $r \geq 4$ tw. 2.14 pozostawia lukę, którą zamykamy dla $r = 4$.

Twierdzenie 2.15 ([h5], Th. 1.9). *$\Pi_s^{3,1}(4, c)$ jest w P dla każdego $c > 0$.*

W tym przypadku stosujemy podobną procedurę jak dla dwukolorowania, czyli znajdujemy w H zbiór wierzchołków K o mocy $O(\log n)$ taki, że każda para wierzchołków poza zbiorem K ma w swoim linku indukowanym przez K krawędź. W ten sposób, każde właściwe 4-kolorowanie K redukuje liczbę kolorów dostępnych dla wierzchołków poza K do co najwyżej dwóch. A zatem problem redukuje się do rozwiązania odpowiednio zdefiniowanego zagadnienia 2-SAT, które można obliczyć w liniowym czasie.

2.3.3 H -kolorowanie (homomorfizm)

Mając dane dwa k -grafy F i H , odwzorowanie $f : V(F) \rightarrow V(H)$ nazywamy *homomorfizmem z F do H* jeśli dla każdego $e \in E(F)$, $\{f(x) : x \in e\} \in E(H)$. Innymi słowy, f jest odwzorowaniem zachowującym krawędzie. Zauważmy, że dla $r \geq k$ homomorfizmy z F do $K_r^{(k)}$, pełnego k -grafu na r wierzchołkach, to dokładnie silne r -kolorowania F . Z tego powodu, homomorfizm z F do H nazywa się również *H -kolorowaniem F* .

Dla ustalonego k -grafu H i liczby rzeczywistej $0 \leq c \leq 1$, definiujemy problem $\mathbf{HCol}(H, c)$ polegający na stwierdzeniu czy dla k -grafu $F = (V, E)$ z $\delta_1(F) \geq c \binom{|V(F)|-1}{k-1}$ istnieje H -kolorowanie F .

Dla grafów ($k = 2$) Hell i Nešetřil w [HN90] udowodnili, że $\mathbf{HCol}(H, 0)$ jest w P jeśli H jest grafem dwudzielnym, a w przeciwnym wypadku jest to problem NP-zupełny. Dla hipergrafów problem $\mathbf{HCol}(H, 0)$ wiąże się z k -dzielnością k -grafu H , co jest NP-zupełnym problemem i dlatego przypuszczamy, że $\mathbf{HCol}(H, 0)$ jest NP-zupełny dla wszystkich k -grafów H , $k \geq 3$. Moim celem było znalezienie klas k -grafów H , $k \geq 3$, dla których $\mathbf{HCol}(H, c)$ jest wielomianowy dla wszystkich $c > 0$. W pracy [h4] znajdujemy dwie takie klasy. Analogicznie do wprowadzonego wcześniej pojęcia minimalnego l -stopnia, przez $\Delta_l(F)$ oznaczamy *maksymalny l -stopień w F* .

Twierdzenie 2.16 ([h4], Thm. 1.4). *Niech $k \geq 3$ i H będzie k -grafem z $\Delta_{k-1}(H) \leq 1$. Wtedy dla każdego $c > 0$ problem $\mathbf{HCol}(H, c)$ należy do P.*

Klasa k -grafów H , których dotyczy twierdzenie 2.16 zawiera wszystkie liniowe k -grafy (w tym np. płaszczyznę Fano), a także wszystkie l -przecinające się k -cykle dla $l \leq k - 2$ (patrz definicja w [h4], Introduction). Druga klasa jest bardziej techniczna. Dla hipergrafu H , przez $\Gamma(H)$ oznaczamy *cień H* , czyli graf złożony ze wszystkich par wierzchołków z H zawartych w co najmniej jednej krawędzi z H . Mówimy, że k -graf H jest *zgodny* jeśli każda k -klika cienia $\Gamma(H)$ jest krawędzią w H .

Twierdzenie 2.17 ([h4], Thm. 1.6). *Dla każdego $k \geq 3$ niech H będzie zgodnym k -grafem z $\Delta_{k-1}(H) \leq 2$. Wtedy dla każdego $c > 0$ problem $\mathbf{HCol}(H, c)$ należy do P.*

Zauważmy, że pełny $(k + 1)$ -wierzchołkowy k -graf $K_{k+1}^{(k)}$ oraz ciasny cykl na $h \geq 2k+1$ wierzchołkach (patrz definicja w rozdziale 2.2 powyżej) spełniają powyższe twierdzenie.

Rozdział 3

Pozostałe osiągnięcia naukowo-badawcze

Jestem współautorką 18 artykułów naukowych, z których 12 nie weszło w skład osiągnięcia naukowego. Oprócz prac omówionych wcześniej, zagadnieniom algorytmicznym w hipergrafach poświęcone są prace [1] i [2]. W [1] podajemy pierwszy losowy algorytm równoległy z klasy RNC znajdujący maksymalny (w sensie inkluzji) zbiór niezależny w dowolnym liniowym hipergrafie. Zaproponowany tam algorytm losowy został z kolei zderandomizowany w pracy [2]. W efekcie udowodniliśmy, że problem wyznaczenia maksymalnego zbioru niezależnego w hipergrafach liniowych należy do deterministycznej klasy NC. Wyniki te stanowiły moją rozprawę doktorską, choć praca [2] ukazała się po doktoracie.

Drugi nurt badań naukowych prowadzonych przeze mnie po doktoracie poświęcony jest zagadnieniom teorio-grafowym w rozproszonym modelu obliczeń. Badania nad złożonością wielu problemów grafowych w świetle tego modelu otworzyły nowy rozdział we współczesnej algorytmice. Moje prace koncentrują się na konstrukcji algorytmów działających w rozproszonym modelu obliczeń znanym pod nazwą *message-passing model* (także *LOCAL*) sformalizowanym przez Liniala w [Lin92]. W tym modelu procesory przypisane wierzchołkom grafu znają na początku tylko swoje bezpośrednie sąsiedztwo. Celem algorytmu jest rozwiązanie pewnego globalnego problemu na drodze wymiany informacji pomiędzy procesorami. Komunikacja ta jest synchroniczna i przebiega w dyskretnych rundach. W każdej rundzie pojedynczy procesor może wysłać komunikat do wszystkich swoich sąsiadów, odebrać komunikaty od sąsiadów, jak również wykonać pewne lokalne obliczenia. Nie ma żadnego ograniczenia na lokalną moc obliczeniową procesorów ani też na rozmiar wysyłanych komunikatów.

Podstawową miarą złożoności algorytmów w tym modelu jest liczba rund w

najgorszym przypadku zwana *złożonością czasową*. Warto dodać, że, przy powyższych założeniach, każdy problem dla grafu $G(V, E)$ można trywialnie rozwiązać za pomocą $O(\text{diam}(G))$ rund, gdzie $\text{diam}(G)$ jest średnicą grafu G . W pracy [Lin92] podany jest wzorcowy przykład, dla którego tego oczywistego oszacowania nie można poprawić.

Najczęstszym kryterium efektywności algorytmu rozproszonego rozwiązującego problem w sieci reprezentowanej przez graf $G(V, E)$ jest *polilogarytmiczna* liczba rund, tzn. złożoność czasowa rzędu $O(\log^c |V|)$ dla pewnej stałej $c > 0$. Ze względu na praktyczne zastosowania interesujące są również algorytmy o podlogarytmicznej lub wręcz stałej liczbie rund.

3.1 Skojarzenia maksymalne w grafach

Największą liczbę l , dla której w grafie G istnieje skojarzenie M mocy l oznaczamy przez $\beta(G)$. Problem wyznaczenia skojarzenia mocy $\beta(G)$ w dowolnym grafie G jest jednym z głównych otwartych problemów w tej teorii [Elk04]. Podejmując to wyzwanie z Czygrinowem i Hanćkowiakiem (prace [3], [4]) otrzymaliśmy kolejne deterministyczne algorytmy rozproszone o dotychczas najlepszym współczynniku aproksymacji $2/3$ i złożoności czasowej $O(\log^4 n)$.

Wynikiem badań nad tym problemem w grafach planarnych jest praca [5]. Podajemy w niej algorytm rozproszony znajdujący w grafie planarnym G na n wierzchołkach skojarzenie M takie, że $|M| \geq (1 - O(1/\log n))\beta(G)$. Jest to prawie dokładna aproksymacja kosztem złożoności czasowej, która z $d = 5.54$ jest rzędu $O(\log \log n \log^* n \log^{1+d} n)$. Wykorzystana w pracy metoda podziału grafu na klastry (podgrafy spójne o małej średnicy) użyta została również do skonstruowania zbioru dominującego D w grafie planarnym G na n wierzchołkach, z pewnym dodatkowym założeniem.

W pracy [6] stawiamy sobie za cel wyznaczenie klasy grafów, dla których istnieje rozproszony algorytm aproksymacyjny znajdujący duże skojarzenie w liczbie rund poniżej ogólnego oszacowania dolnego. Kuhn i in. w [KMW06] pokazali, że każdy algorytm rozproszony (deterministyczny lub zrandomizowany) wymaga $\Omega(\sqrt{\log n / \log \log n})$ rund w celu wyznaczenia stałej lub polilogarytmicznej aproksymacji największego skojarzenia w dowolnym grafie. W [6] dowodzimy, że to oszacowanie nie jest prawdziwe dla grafów o ograniczonym stopniu i o lokalnie ograniczonym średnim stopniu (o tzw. ograniczonej lesistości.) Lesistością grafu $G = (V, E)$ nazywamy wielkość $\text{arb}(G) = \max\{\lceil \frac{|E(G')|}{|V(G')|-1} \rceil \mid G' \subseteq G, |V(G')| \geq 2\}$. Dla dowolnego $0 < \epsilon < 1$ i dowolnej liczby naturalnej a znajdujemy algorytm rozproszony obliczający w każdym grafie G o $\text{arb}(G) \leq a$ skojarzenie M takie, że $|M| \geq (1 - \epsilon)\beta(G)$.

Algorytm ten działa w $c \log^* n$ rundach, gdzie c zależy tylko od ϵ i a . Jest to pierwszy algorytm o podlogarytmicznej złożoności czasowej dla tak szerokiej klasy grafów.

3.2 Semi-skojarzenia w grafach dwudzielnych

Zajmowałam się również semi-skojarzeniami będącymi uogólnieniem skojarzeń w grafach dwudzielnych. Problem ten jest szczególnym przypadkiem pewnego zagadnienia szeregowania zadań. W serii prac [10], [11] i [12] rozważamy problem semi-skojarzenia w grafie dwudzielnym $G = (U \cup V, E)$, gdzie U odpowiada klientom, V serwerom, a E jest zbiorem połączeń dostępnych między nimi. *Semi-skojarzeniem* w grafie $G = (U \cup V, E)$ nazywamy taki zbiór krawędzi $M \subseteq E$, że każdy wierzchołek w U jest incydentny z dokładnie jedną krawędzią w M . Obciążenie serwera $v \in V$ definiujemy jako $1 + 2 + \dots + d_M(v) = \binom{d_M(v)+1}{2}$, gdzie $d_M(v)$ to stopień wierzchołka v w M . Zadanie polega na znalezieniu optymalnego semi-skojarzenia, czyli takiego, które minimalizuje łączne obciążenia wszystkich serwerów. Istnieją sekwencyjne algorytmy wielomianowe znajdujące optymalne rozwiązanie ([HLLT06]), natomiast rozproszona złożoność tego problemu nie była znana. W [10] zauważamy, że znalezienie optymalnego rozwiązania w sposób rozproszony wymaga $\Omega(|V|)$ rund i podajemy algorytm, który znajduje $O(1)$ -aproxymację optymalnego semi-skojarzenia w $O(\min\{\Delta^2, \Delta(\log^4(|V| + |U|))\})$ rundach. Następnie w [11] i [12] podajemy inne rozproszone algorytmy aproxymacyjne dla tego problemu. Pierwszy algorytm to $(1 + \frac{1}{\alpha})$ -aproxymacja (gdzie $\alpha = \max\left\{1, \frac{1}{2} \left(\frac{|U|}{|V|} + 1\right)\right\}$), a jego złożoność czasowa jest rzędu $O(\Delta^5)$, gdzie Δ to maksymalny stopień wierzchołka w V . Ponadto, podajemy szybkie algorytmy zachłanne działające dla pewnych specjalnych klas algorytmów dwudzielnych.

Spis Pozostałych Publikacji

- [1] Tomasz Łuczak and Edyta Szymańska. A parallel randomized algorithm for finding a maximal independent set in a linear hypergraph. *Journal of Algorithms*, 25(2):311–320, 1997.
- [2] Edyta Szymańska. Derandomization of a parallel randomized algorithm for finding a maximal independent set in a linear hypergraph. In J. D. P. Rolim, editor, *ICALP Workshops 2000, RANDOM*, volume 8 of *Proceedings in Informatics*, pages 39–52. Carlton Scientific, 2000.
- [3] Andrzej Czygrinow, Michał Hanćkowiak, and Edyta Szymańska. Distributed algorithm for approximating the maximum matching. *Discrete Applied Mathematics*, 143(1):62–71, 2004.
- [4] Andrzej Czygrinow, Michał Hanćkowiak, and Edyta Szymańska. A fast distributed algorithm for approximating the maximum matching. In Susanne Albers and Tomasz Radzik, editors, *Algorithms, ESA 2004*, volume 3221 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 252–263. Springer Berlin Heidelberg, 2004.
- [5] Andrzej Czygrinow, Michał Hanćkowiak, and Edyta Szymańska. Distributed approximation algorithms for planar graphs. In Tiziana Calamoneri, Irene Finocchi, and GiuseppeF. Italiano, editors, *Algorithms and Complexity, CIAC 2006*, volume 3998 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 296–307. Springer Berlin Heidelberg, 2006.
- [6] Andrzej Czygrinow, Michał Hanćkowiak, and Edyta Szymańska. Fast distributed approximation algorithm for the maximum matching problem in bounded arboricity graphs. In Yingfei Dong, Ding-Zhu Du, and Oscar Ibarra, editors, *Algorithms and Computation, ISAAC 2009*, volume 5878 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 668–678. Springer Berlin Heidelberg, 2009.
- [7] Marek Karpiński, Andrzej Ruciński, and Edyta Szymańska. The complexity of perfect matching problems on dense hypergraphs. In Yingfei Dong, Ding-Zhu Du, and Oscar Ibarra, editors, *Algorithms and Computation, ISAAC 2009*,

- volume 5878 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 626–636. Springer Berlin Heidelberg, 2009.
- [8] Edyta Szymańska. The complexity of almost perfect matchings in uniform hypergraphs with high codegree. In Jiri Fiala, Jan Kratochvíl, and Mirka Miller, editors, *Combinatorial Algorithms, IWOCA 2009*, volume 5874 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 438–449. Springer Berlin Heidelberg, 2009.
- [9] Edyta Szymańska. The complexity of vertex coloring problems in uniform hypergraphs with high degree. In Dimitrios M. Thilikos, editor, *Graph Theoretic Concepts in Computer Science, WG 2010*, volume 6410 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 304–314. Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- [10] Andrzej Czygrinow, Michał Hańkowiak, Krzysztof Krzywdziński, Edyta Szymańska, and Wojciech Wawrzyniak. Brief announcement: Distributed approximations for the semi-matching problem. In David Peleg, editor, *Distributed Computing, DISC 2011*, volume 6950 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 200–201. Springer Berlin Heidelberg, 2011.
- [11] Andrzej Czygrinow, Michał Hańkowiak, Edyta Szymańska, and Wojciech Wawrzyniak. Distributed 2-approximation algorithm for the semi-matching problem. In Marcos K. Aguilera, editor, *Distributed Computing, DISC 2012*, volume 7611 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 210–222. Springer Berlin Heidelberg, 2012.
- [12] Andrzej Czygrinow, Michał Hańkowiak, Edyta Szymańska, and Wojciech Wawrzyniak. On the distributed complexity of computing the semi-matching problem. submitted, 2013+.

Bibliografia

- [AFS08] A. Asadpour, U. Feige, and A. Saberi. Santa Claus meets hypergraph matchings. *Approx and Random 2008*, pages 10–20, 2008.
- [AH00] R. Aharoni and P. Haxell. Hall’s theorem for hypergraphs. *Journal of Graph Theory*, 35(2):83–88, 2000.
- [CF96] H. Chen and A. Frieze. Coloring bipartite hypergraphs. In W. H. Cunningham, S.T. McCormick, and M. Queyranne, editors, *Integer Programming and Combinatorial Optimization*, volume 1084 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 345–358. Springer Berlin Heidelberg, 1996.
- [DHK93] E. Dalhaus, P. Hajnal, and M. Karpiński. On the parallel complexity of hamiltonian cycle and matching problem on dense graphs. *Journal of Algorithms*, 15:367–384, 1993.
- [DRS05] I. Dinur, O. Regev, and C. Smyth. The hardness of 3-uniform hypergraph coloring. *Combinatorica*, 25(5):519–535, 2005.
- [Edm65] J. Edmonds. Paths, trees and flowers. *Canad.J.Math.*, 17:449–467, 1965.
- [Edw86] K. Edwards. The complexity of colouring problems on dense graphs. *Theoretical Computer Science*, 43(C):337–343, 1986.
- [Elk04] M. Elkin. Distributed approximation: a survey. *SIGACT News*, 35(4):40–57, 2004.
- [GHS02] V. Guruswami, J. Hastad, and M. Sudan. Hardness of approximate hypergraph coloring. *SIAM J. Comput.*, 31(6):1663–1686, 2002.
- [GJ79] M. R. Garey and D. S. Johnson. *Computers and Intractability*. Freeman, 1979.
- [HLLT06] N.J.A. Harvey, R. E. Ladner, L. Lovász, and T. Tamir. Semi-matchings for bipartite graphs and load balancing. *J. Algorithms*, 59(1):53–78, 2006.

- [HN90] P. Hell and J. Nešetřil. On the complexity of h -coloring. *Journal of Combinatorial Theory, Series B*, 48(1):92–110, 1990.
- [HPS09] H. Han, Y. Person, and M. Schacht. On perfect matchings in uniform hypergraphs with large minimum vertex degree. *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, 23(2):732–748, 2009.
- [JS89] M. Jerrum and Alistair Sinclair. Approximating the permanent. *SIAM J. Comput.*, 18(6):1149–1178, 1989.
- [KK99] G. Y. Katona and H. A. Kierstead. Hamiltonian chains in hypergraphs. *Journal of Graph Theory*, 30(3):205–212, 1999.
- [KKM13] P. Keevash, F. Knox, and R. Mycroft. Polynomial-time perfect matchings in dense hypergraphs. In *Theory of Computing (STOC 2013), The 45th ACM Symposium on*, 2013.
- [KM] P. Keevash and R. Mycroft. A geometric theory for hypergraph matchings. arXiv:1108.1757.
- [KMW06] F. Kuhn, T. Moscibroda, and R. Wattenhofer. The price of being near-sighted. In *Proceedings of the seventeenth annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithm*, SODA '06, pages 980–989, New York, NY, USA, 2006. ACM.
- [KO06] D. Kühn and D. Osthus. Loose hamilton cycles in 3-uniform hypergraphs of high minimum degree. *Journal of Combinatorial Theory. Series B*, 96(6):767–821, 2006.
- [KR98] M. Karpiński and W. Rytter. *Fast parallel algorithms for matching problems in graphs*. Oxford University Press, 1998.
- [Lin92] N. Linial. Locality in distributed graph algorithms. *SIAM J. Comput.*, 21(1):193–201, February 1992.
- [Lov73] L. Lovász. Coverings and colorings of hypergraphs. *Proceedings of the Fourth Southeastern Conference on Combinatorics, Graph Theory, and Computing*, pages 3–12, 1973.
- [Pik08] O. Pikhurko. Perfect matchings and K_4^3 -tilings in hypergraphs of large codegree. *Graphs and Combinatorics*, 24(4):391–404, 2008.
- [RRS06a] V. Rödl, A. Ruciński, and E. Szemerédi. A Dirac-type theorem for 3-uniform hypergraphs. *Combinatorics Probability and Computing*, 15(1-2):229–251, 2006.

- [RRS06b] V. Rödl, A. Ruciński, and E. Szemerédi. Perfect matchings in uniform hypergraphs with large minimum degree. *European Journal of Combinatorics*, 27(8 SPEC. ISS.):1333–1349, 2006.
- [RRS08] V. Rödl, A. Ruciński, and E. Szemerédi. An approximate Dirac-type theorem for k -uniform hypergraphs. *Combinatorica*, 28(2):229–260, 2008.
- [RRS09] V. Rödl, A. Ruciński, and E. Szemerédi. Perfect matchings in large uniform hypergraphs with large minimum collective degree. *Journal of Combinatorial Theory. Series A*, 116(3):613–636, 2009.
- [RRS11] V. Rödl, A. Ruciński, and E. Szemerédi. Dirac-type conditions for hamiltonian paths and cycles in 3-uniform hypergraphs. *Advances of Mathematics*, 227(3):1225–1299, 2011.
- [RRSS08] V. Rödl, A. Ruciński, M. Schacht, and E. Szemerédi. A note on perfect matchings in uniform hypergraphs with large minimum collective degree. *Comment. Math. Univ. Carolin.*, 49(4):633–636, 2008.
- [Val79] L. G. Valiant. The complexity of computing the permanent. *Theoretical Computer Science*, 8:189–201, 1979.

Rozdział 4

Informacje dodatkowe

4.1 Osiągnięcia dydaktyczne

1. Zajęcia dydaktyczne prowadzone na Wydziale Matematyki i Informatyki UAM
 - Ćwiczenia do przedmiotów: *wstęp do informatyki, kombinatoryka, algorytmy kombinatoryczne, matematyka dyskretna, rachunek prawdopodobieństwa, wstęp do rachunku prawdopodobieństwa*
 - Wykłady i ćwiczenia: *algorytmy probabilistyczne, algorytmy i struktury danych, teoria grafów.*
 - Wykłady dla doktorantów: *teoria złożoności.*
 - Seminarium magisterskie
2. Zajęcia dydaktyczne prowadzone za granicą.
 - Wykłady: *teoria obliczeń i wstęp do algorytmów, rozumienie i konstruowanie dowodów, projektowanie i analiza algorytmów* w Georgia Institute of Technology, USA
 - Wykłady: *teoria obliczeń* w Emory University.
3. Promotorstwo 9 prac magisterskich z informatyki.
4. Prowadzenie warsztatów z teorii algorytmów w ramach unijnego programu *Newton też był uczniem.*
5. Opracowanie nowych metod i materiałów dydaktycznych
 - opracowanie sylabusu i wykładów z ćwiczeniami do przedmiotu *Algorytmy Probabilistyczne.*

- tłumaczenie z jęz. angielskiego monografii *Probability and Computing: Randomized Algorithms and Probabilistic Analysis* aut. M. Mitzenmacher, E. Upfal (Cambridge): *Metody probabilistyczne i obliczenia. Algorytmy randomizowane i analiza probabilistyczna*, WNT, 2009, s.416

6. Działalność organizacyjna:

Koordynatorka Programu LLP/Erasmus na Wydziale Matematyki i Informatyki (od października 2008 do września 2012).

4.2 Osiągnięcia naukowo-badawcze

1. Udział w badaniach naukowych i grantach:

- wykonawca grantu KBN 2 P03A 023 09, *Struktury dyskretne* (1995-1998)
- uczestnik NSF international grant INT-940671 *U.S.-Polish Research on Probabilistic Combinatorics* (1994-1997)– studia i badania naukowe w Emory University, wrzesień – grudzień 1996
- wykonawca grantu KBN 7 T11C 032 20, *Rozproszone algorytmy grafowe* (2001-2003)
- beneficjent grantu BICI-UNESCO(ROSTE) grant for the Bertinoro International Center for Informatics event RANDOM GRAALS 05 (czerwiec 2005)
- wykonawca grantu Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego numer N206 017 32/2452 *Rozproszona aproksymacja problemów optymalizacyjnych w sieciach* na lata 2007-2010
- kierownik grantu NCN N206 565 740 *Algorytmiczne aspekty teorii grafów i hipergrafów w klasycznym i rozproszonym modelu obliczeń* na lata 2011-2014.

2. Udział w konferencjach naukowych :

a) z referatem na zaproszenie:

- Workshop on Extremal and Probabilistic Combinatorics, 23-27 August, 2010 at Frauenchiemsee, Niemcy, referat pt. *The Complexity of Vertex Coloring Problems in Dense Uniform Hypergraphs*
- Dagstuhl Seminar 11241, Design and Analysis of Randomized and Approximation Algorithms, Dagstuhl, June 13-17, 2011, referat pt. *Computational Complexity of the Hamilton Cycle Problem in Dense Hypergraphs*

b) z referatem zgłoszonym:

- 1st Summer School on Randomized Algorithms, Antonin, Poland, September 1996
- Random Structures and Algorithms' 97, Poznań, Poland, August 4-8, 1997
- 3rd Kraków Graph Theory Conference, Kazimierz Dolny, Poland, September 1997
- Invited lecture at the Department of Computer Science, Lund University, February 2000
- Fifth Workshop on Applied/Advanced Research in Combinatorial Optimization Department of Operations Research, University of Copenhagen, May 26, 2000
- The 4th. International Workshop on Randomization and Approximation Techniques in Computer Science, 14 July 2000, Geneva, Switzerland
- European Symposium on Algorithms, 14-17 September 2004, Bergen, Norway
- Berlin-Poznan Seminar in Discrete Mathematics, June 4, 2005, Berlin
- Random Structures and Algorithms' 2007, Tel Aviv, Israel, May 28–June 1, 2007
- The 20th International Workshop on Combinatorial Algorithms (IWOCOA 2009), June 28 to July 2 2009, Hradec nad Moravicí, Czech Republic.
- 9th Latin American Theoretical Informatics Symposium (Latin 10), 19-23 April, Oaxaca, Meksyk, referat pt. *Computational complexity of the Hamiltonian cycle problem in dense hypergraphs*
- 36th International Workshop on Graph Theoretic Concepts in Computer Science (WG 2010), 28-30 June, Zaros, Grecja referat pt. *The Complexity of Vertex Coloring Problems in Uniform Hypergraphs with High Codegree*
- 3rd Polish Combinatorial Conference, Będlewo, September 24-30, 2010 referat pt. *The Complexity of Vertex Coloring Problems in Dense Uniform Hypergraphs*
- CCL - Combinatorics Conference in Lisboa (CCL 2011), July 11-15, Lisboa, Portugal, referat pt. *The complexity of 2-coloring problem in dense uniform hypergraphs*
- Invited seminar talk - Georgia Institute of Technology, Atlanta, April 30, 2010, referat pt. *The Complexity of Vertex Coloring Problems in Dense Uniform Hypergraphs*

- Invited seminar talk - Technical University, Wrocław, November 2011, referat pt. *Złożoność problemów kolorowania i homomorfizmu w gęstych hipergrafach*

c) bez referatu:

- RSA 2003, Poznań, August 2003
- 10th Workshop on Graph Theory Colourings, Independence and Domination, Karpacz, September 2003
- Berlin-Poznań Seminar, 20 maja 2006, Poznań
- Fifth Cracow Conference on Graph Theory "USTRÓŃ '06" 11-15 września
- Poznań - Zielona Góra Workshop on Combinatorics, 15-18 października 2006, Będlewo
- Berlin-Poznań Seminar - Learn- & Workshop 2007 Żandom Graphs and Extremal Graph Theory", Berlin, Lipiec
- New Directions in Algorithms, Combinatorics and Optimization, A Conference Honoring the 65th Birthday of William T. Trotter, maj 5-9, 2008, Atlanta
- Berlin-Poznań Seminar in Discrete Mathematics and ASZ Workshop, Berlin, Germany, czerwiec 20-21, 2008
- 2nd Polish Combinatorial Conference, październik 17-23, 2008, Będlewo
- The 14th International Conference on Random Structures and Algorithms' 2009, Poznań, 3-7 August, 2009
- Algorithm and Randomness Center Workshop (ARC5), Georgia Institute of Technology, Atlanta, USA 28 sierpnia, 2012
- Atlanta Lecture Series in Combinatorics and Graph Theory VII, Emory University, Atlanta, USA, 3-4 listopada, 2012

3. Staże naukowe krajowe i zagraniczne.

- Emory University, Atlanta USA, jesień 1996, w ramach studiów doktorskich
- Lund University, Szwecja, 10 miesięcy w 2000 roku, staż podoktorski
- Georgia Institute of Technology, Atlanta, USA (visiting professor) semestr jesienny 1999, 2005, semestr wiosenny 2003, 2008, 2010
- Emory University, Atlanta, USA (visiting professor), rok akademicki 2007-2008, sierpień-wrzesień 2012

4. Nagrody i wyróżnienia

- Medal Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu za wybitne osiągnięcia w nauce i wyróżniający udział w życiu Uniwersytetu – 1994
- Wyróżnienie w konkursie Polskiego Towarzystwa Informatycznego za najlepszą pracę magisterską z dziedziny informatyki – 1994
- Stypendium na udział w Summer School in Probabilistic Methods in Combinatorics, Montpellier, France, 1998
- Stypendium Instytutu Szwedzkiego w ramach programu VISBY, 2000 (10 miesięcy)
- Nominacja do nagrody naukowej Rektora UAM w 2013 roku

5. Recenzje naukowe i wydawnicze

- Recenzowanie wniosku o grant dla Departamentu Badań Naukowych MEiN.
- Recenzowanie prac dla czasopism: RS&A, Fundamenta Informaticae, SIAM J. on Computing, Eur. J. of Combinatorics
- Recenzowanie europejskiego projektu badawczego dla EFN.
- Ocena realizacji projektu badawczego dla MNiSW.

4.3 Działalność popularyzująca naukę

- Udział w organizacji serii konferencji naukowych Random Structures & Algorithms (Atlanta: maj 1995, Poznań: sierpień 1997, 1999, 2001, 2003, 2005, 2009, 2013).
- Organizacja mini-konferencji *Joint Berlin-Poznań Seminar in Discrete Mathematics*, 20 maja 2006
- Koordynowanie działalności *Seminarium z Algorytmów Grafowych* na Wydziale Mat. i Inf. UAM.