

SOUTHERN ILLINOIS UNIVERSITY EDWARDSVILLE

College of Arts and Sciences
Department of Mathematics & Statistics

2 V 2014

Recenzja pracy doktorskiej

Algebra of smooth operators

magistra Tomasza Ciasia, napisanej pod kierunkiem Prof. Pawła Domańskiego i Dr. Krzysztofa Piszczeka

Dysertacja poświęcona jest badaniom własności pewnej nieprzemiennej algebry Fréchet'a z involucją, zwanej algebrą operatorów gładkich.

Oznaczmy przez s algebrę Fréchet'a ciągów szybko malejących a przez s' przestrzeń dualną składającą się z ciągów o ograniczonej szybkości wzrostu. Autor bada głównie przestrzeń $L(s', s)$ ciągłych operatorów liniowych z s' do s . Algebra ta jest izomorficzna jako przestrzeń Fréchet'a (ale nie jako algebra) z przemiennej algebrą s .

W szczególności autor pokazuje, że domknięta przemiennej podalgebra $L(s', s)$ jest izomorficzna z domkniętą \star -podalgebrą algebry s wtedy i tylko wtedy, gdy jest izomorficzna (jako przestrzeń Fréchet'a) z pewną dopełnialną podprzestrzenią s . Autor bada również algebrę multiplikatorów algebry operatorów gładkich oraz dowodzi twierdzeń o reprezentacji spektralnej i reprezentacji Schmidta dla tej algebry.

Najważniejsze wyniki pracy to Twierdzenia 3.1, 4.11, oraz 4.25 a w dalszej kolejności Twierdzenia 2.7, 3.8, 4.9, 4.20 oraz wnioski z tych twierdzeń wynikające.

Twierdzenie 3.1 dotyczy spektralnej reprezentacji operatorów normalnych – autor dowodzi, że każdy nieskończenie wymiarowy operator normalny zdefiniowany na przestrzeni $L(s', s)$ ma jednoznacznie określoną reprezentację spektralną jako absolutnie zbieżną nieskończoną kombinację liniową skończenie wymiarowych rzutów prostokątnych w tej przestrzeni.

Twierdzenie 4.11 charakteryzuje domknięte przemienne \star -podalgebry algebry $L(s', s)$. Autor dowodzi, że pewne cztery warunki są równoważne dla takich podalgebr A ; trzy najważniejsze z tych warunków to:

1. A jest maksymalną przemienną podalgebrą;
2. Kanoniczna baza Schaudera dla A stanowi kompletny ciąg parami prostopadłych jedno wymiarowych rzutów $L(s', s)$;
3. $A = comm(A)$.

Twierdzenie 4.25 dotyczy uzupełnialnych podprzestrzeni $L(s', s)$. Autor dowodzi, że nieskończenie wymiarowa domknięta przemienna \star -podalgebra A algebry $L(s', s)$ jest uzupełnialna wtedy i tylko wtedy gdy spełnione są następujące równoważne warunki:

1. A jest isomorficzna (jako \star -Fréchet algebra) z pewną domkniętą \star -podalgebrą algebry s .
2. A jest isomorficzna jako przestrzeń Fréchet a z pewną domkniętą podprzestrzenią s .

Twierdzenie 3.8 dotyczy reprezentacji Schmidta; Twierdzenia 4.9 i 4.20 są związane z reprezentacją spektralną i przedstawiają elegancką charakteryzację domkniętych przemiennych \star -podalgebr algebry $L(s', s)$ w terminach ciągów.

W swoich dowodach autor używa głównie metod wywodzących się z teorii przestrzeni nuklearnych, teorii operatorów zwartych, teorii nieograniczonych operatorów na przestrzeni Hilberta, teorii double centralizers dla algebr C^* , oraz innych metod. Wyniki prezentowane w pracy są nowe, interesujące; dowody są często nietrywialne.

Wiele z rezultatów przedstawionych w dysertacji zostało już opublikowanych w czasopismach naukowych.

Dysertacja całkowicie spełnia wymagania pracy doktorskiej. Nie potrafię jednak odpowiedzieć na pytanie czy praca jest wyróżniająca. Jest to zdecydowanie dobra praca doktorska ale aby decydować na temat wyróżnienia musiałbym umieć porównać tę pracę z innymi pracami doktoranckimi na Wydziale Matematyki a takiej możliwości nie mam. Pozostawiam decyzję pozostałym recenzentom.



Krzysztof Jarosz
Distinguished Research Professor