

Estymacja pośrednia ubóstwa na poziomie regionalnym i lokalnym w Polsce

Łukasz Wawrowski

Katedra Statystyki
Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

Poznań, 11.12.2019 r.



UNIWERSYTET
EKONOMICZNY
W POZNANIU

Plan prezentacji

- 1 Wstęp
- 2 Pomiar ubóstwa
- 3 Metody estymacji ubóstwa
- 4 Wybrane rezultaty
- 5 Podsumowanie

Temat badań

Wypracowanie metod estymacji pośredniej pozwalających na oszacowanie poziomu ubóstwa w Polsce na poziomie regionalnym i lokalnym

Motywacja

- Wzrost zapotrzebowania na dane statystyczne ze strony władz wszystkich szczebli — zwłaszcza na poziomie regionalnym i lokalnym.
- Istniejący popyt na informacje dotyczące ubóstwa przejawiający się poprzez realizację licznych projektów badawczych.
- Brak informacji o głębokości ubóstwa w przekrojach terytorialnych, niezbędnej do pełnej oceny poziomu ubóstwa.
- Możliwość poszerzenia obszarów zastosowania metod estymacji pośredniej w Polsce.
- Potrzeba rozwoju metod w zakresie weryfikacji wiarygodności i obiektywności oszacowań pośrednich.

Zakres badań

Badane zmienne

- stopa ubóstwa
- głębokość ubóstwa

Wyróżnione domeny

- 66 podregionów
- 379 powiatów

Wymiar czasowy

- rok 2011 (NSP 2011 — źródło zmiennych pomocniczych)

Miary ubóstwa — stopa i głębokość ubóstwa

Ogólny wzór na wskaźniki ubóstwa w zależności od parametru α :

Stopa ubóstwa (F_0) dla $\alpha = 0$

Głębokość ubóstwa (F_1) dla $\alpha = 1$

$$F_\alpha = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left(\frac{z - E_j}{z} \right)^\alpha I(E_j < z), \quad \alpha \geq 0, \quad (1)$$

gdzie:

N — liczebność populacji,

z — wartość granicy ubóstwa,

E_j — dochód j -tej jednostki,

$I(E_j < z) = 1$, jeśli $E_j < z$ oraz $I(E_j < z) = 0$ w przeciwnym przypadku.

[Foster i in. 1984]

Granice ubóstwa w Polsce

- Granica absolutna
 - ustawowa granica ubóstwa
 - minimum socjalne
 - minimum egzystencji
- Granica relatywna
 - 50% średnich wydatków
 - 60% mediany dochodów
- Granica subiektywna

Źródła danych o ubóstwie w Polsce

Pomimo dostarczania zbliżonego zakresu danych

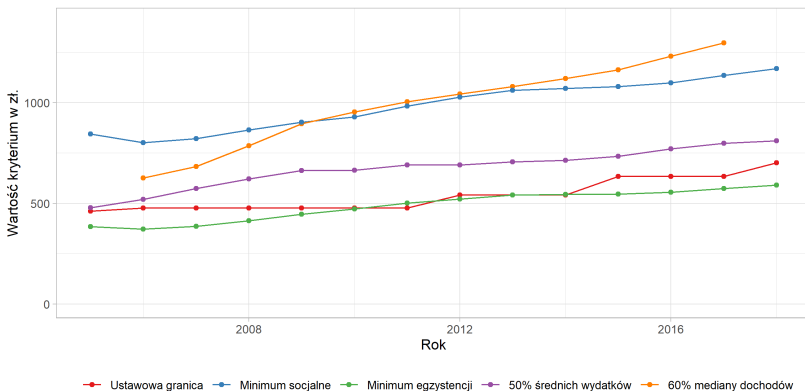
- Badanie Budżetów Gospodarstw Domowych (BBGD)
- Europejskie Badanie Dochodów i Warunków Życia (EU-SILC)

charakteryzują się występowaniem istotnych różnic:

	BBGD	EU-SILC
Rok wdrożenia	1992	2005
Skala ekwiwalentności	oryginalna	zmodyfikowana
Granica ubóstwa	50% średnich wydatków	60% mediany dochodów
Wielkość próby	37 375	12 781
Liczba powiatów w próbie	351	375
Porównywalność międzyna- rodowa	nie	tak

Granice ubóstwa w Polsce

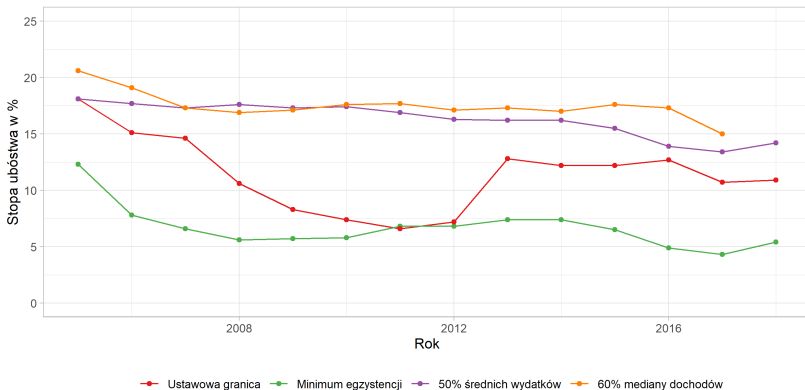
Rysunek 1: Granice ubóstwa dla gospodarstwa jednoosobowego w latach 2005–2018 w Polsce



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS oraz IPISS.

Granice ubóstwa w Polsce

Rysunek 2: Stopa ubóstwa wyznaczona na podstawie różnych granic ubóstwa w latach 2005–2018 w Polsce



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS oraz IPISS.

Niedoskonałości stopy ubóstwa

Weźmy pod uwagę dwa zbiory dochodów:

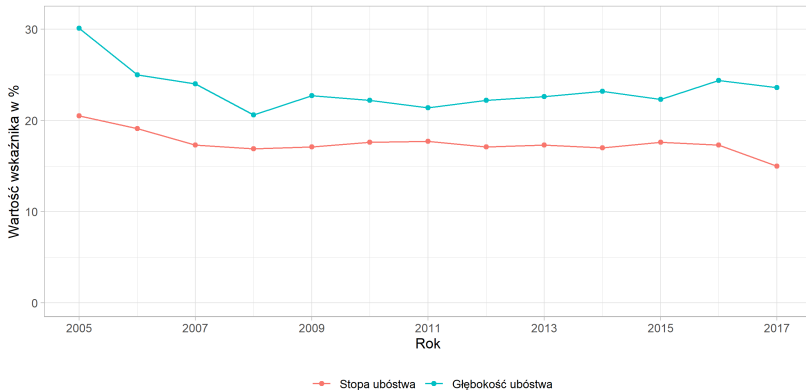
$$A = \{1000, 1000, 1500, 1500\} \quad B = \{1240, 1240, 1500, 1500\}$$

Granica ubóstwa wynosi: 1250.

- 1 Stopa ubóstwa nie bierze pod uwagę intensywności ubóstwa — w obu przypadkach wynosi 50%, a większe ubóstwo występuje w zbiorze A .
- 2 Jeśli osoby znajdujące się poniżej granicy staną się jeszcze bardziej ubogie to stopa ubóstwa się nie zmienia. Najprostszym sposobem redukcji stopy ubóstwa będzie wsparcie jednostek nieznacznie poniżej granicy.

Stopa i głębokość ubóstwa w Polsce

Rysunek 3: Stopa oraz głębokość ubóstwa w latach 2005–2018 w Polsce



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Determinanty ubóstwa jako zmienne pomocnicze

Wybrane determinanty ubóstwa określone na podstawie studiów literaturowych:

- bezrobocie,
- przeciętne miesięczne wynagrodzenie,
- obciążenie demograficzne,
- źródło utrzymania,
- typ gospodarstwa domowego,
- liczba osób w gospodarstwie domowym,
- wykształcenie członków gospodarstwa,
- niepełnosprawność,
- miejsce zamieszkania,
- wiek.

[Czapiński i Panek 2011, GUS 2013, Magda i in. 2013]

Wybrane metody estymacji poziomu ubóstwa

ZALETY

WADY

Podejście bezpośrednie

nieobciążony

nie ma zastosowania w przypadku zerowej próby

obliczany wyłącznie na podstawie próby

nieefektywny przy małej liczebności próby

Podejście obszarowe

bogaty zbiór zmiennych pomocniczych

zależy od nieobserwowanej wariancji z próby

liniowa kombinacja oszacowania bezpośredniego i regresyjnego

wymaga spełnienia odpowiednich założeń

może być stosowane w przypadku zerowej próby

Podejście jednostkowe

niezbędne dane ze spisu powszechnego bądź rejestru administracyjnego

efektywny

wymaga spełnienia odpowiednich założeń

może być stosowane w przypadku zerowej próby

wymagające obliczeniowo

Podejście obszarowe

Model Faya-Herriota:

$$\hat{F}_{\alpha d}^{HT} = x_d^T \beta + u_d + e_d, \quad d = 1, \dots, D, \quad (2)$$

gdzie:

$\hat{F}_{\alpha d}^{HT}$ — oszacowanie bezpośrednio wskaźnika ubóstwa w obszarze d ,

x_d^T — wektor zmiennych niezależnych dla obszaru d ,

β — wektor parametrów regresji,

u_d — efekt obszaru o $u_d \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_u^2)$,

e_d — błąd losowy $e_d \stackrel{ind}{\sim} N(0, \psi_d)$ o znanej wariancji ψ_d .

[Fay i Herriot 1979]

Podejście obszarowe

Estymator modelu Faya-Herriota:

$$\hat{F}_{\alpha d}^{FH} = \hat{\gamma} \hat{F}_{\alpha d}^{HT} + (1 - \hat{\gamma}) x_d^T \hat{\beta}, \quad d = 1, \dots, D, \quad (3)$$

gdzie:

$\hat{\gamma}$ mierzy niepewność opisu wskaźnika ubóstwa przez model regresji,

$$\hat{\gamma} = \frac{\hat{\sigma}_y^2}{\hat{\sigma}_y^2 + \psi_d}$$

Dla niereprezentowanych domen:

$$\hat{F}_{\alpha d}^{FH} = x_d^T \hat{\beta}$$

[Fay i Herriot 1979]

Podejście obszarowe

Przestrzenny model Faya-Herriota:

$$\hat{F}_{\alpha d}^{HT} = x_d^T \beta + (I - \rho W)^{-1} u_d + e_d, \quad d = 1, \dots, D, \quad (4)$$

gdzie:

$\hat{F}_{\alpha d}^{HT}$ — oszacowanie bezpośrednio wskaźnika ubóstwa w obszarze d ,

x_d^T — wektor zmiennych niezależnych dla obszaru d ,

β — wektor parametrów regresji,

I — macierz jednostkowa,

ρ — współczynnik autokorelacji przestrzennej,

W — macierz sąsiedztwa,

u_d — efekt obszaru o $u_d \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_u^2)$,

e_d — błąd losowy $e_d \stackrel{ind}{\sim} N(0, \psi_d)$ o znanej wariancji ψ_d .

[Pratesi i Salvati 2008]

Podejście obszarowe

Estymator przestrzennego modelu Faya-Herriota:

$$\hat{F}_{\alpha d}^{SFH} = x_d^T \hat{\beta} + b_d^T \left\{ \hat{\sigma}_u^2 [(I - \hat{\rho}W)(I - \hat{\rho}W^T)]^{-1} \right\} \\ \times \left\{ \text{diag}(\psi_d) + \hat{\sigma}_u^2 [(I - \hat{\rho}W)(I - \hat{\rho}W^T)]^{-1} \right\}^{-1} (\hat{F}_{\alpha d}^{HT} - x_d^T \hat{\beta}), \quad d = 1, \dots, D, \quad (5)$$

gdzie:

b_d^T jest wektorem $1 \times D$ z wartością 1 na d -tej pozycji.

Rozpatrywano **dwa warianty** tego estymatora:

- nietransformowane wartości zmiennej zależnej,
- transformacja zmiennej zależnej pierwiastkiem arcus-sinusa.

Podejście jednostkowe

Liniowy model regresji z zagnieżdżonym składnikiem losowym

$$Y_{dj} = x_{dj}^T \beta + u_d + e_{dj}, \quad j = 1, \dots, N_d, \quad d = 1, \dots, D, \quad (6)$$

gdzie:

Y_{dj} — transformowany dochód j -tej jednostki w obszarze d ,

x_{dj}^T — wektor zmiennych niezależnych dla j -tej jednostki w obszarze d ,

β — wektor parametrów regresji,

u_d — efekt obszaru o $u_d \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_u^2)$,

e_{dj} — błąd losowy $e_{dj} \stackrel{ind}{\sim} N(0, \sigma_e^2)$.

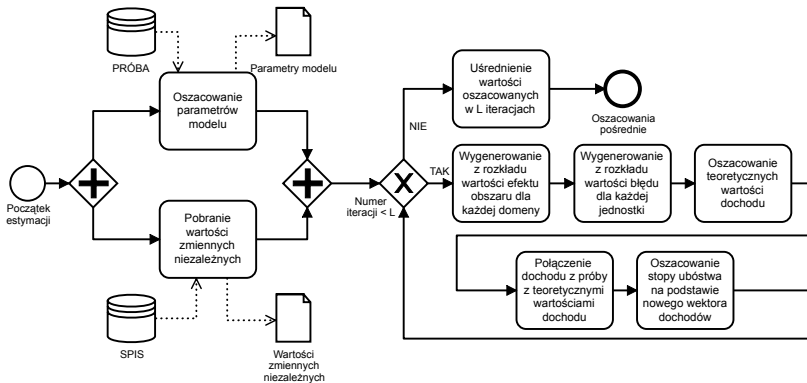
[Molina i Rao 2010]

Rozpatrywano **trzy warianty** transformacji zmiennej zależnej:

- logarytm naturalny,
- logarytm naturalny z przesunięciem,
- transformacja Boxa-Coxa.

Podejście jednostkowe

Rysunek 4: Schemat estymacji wskaźnika ubóstwa w podejściu jednostkowym z zastosowaniem symulacji Monte Carlo



Źródło: opracowanie własne na podstawie [Molina i Rao 2010].

Kryteria statystycznej oceny oszacowań pośrednich

- Względny błąd oszacowania (ang. *relative root mean square error*):

$$RRMSE(\hat{F}_{\alpha d}) = \frac{RMSE(\hat{F}_{\alpha d})}{\hat{F}_{\alpha d}}, \quad (7)$$

gdzie:

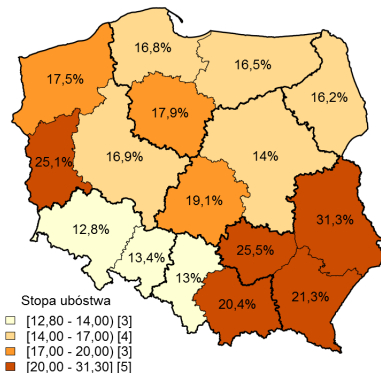
$RRMSE(\hat{F}_{\alpha d})$ — względny błąd oszacowania,

$RMSE(\hat{F}_{\alpha d})$ — błąd oszacowania,

$\hat{F}_{\alpha d}$ — oszacowanie wskaźnika ubóstwa.

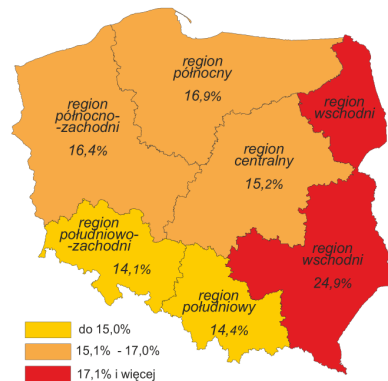
Aktualnie publikowane informacje dotyczące ubóstwa

Rysunek 5: Stopa ubóstwa w przekroju województw w 2011 roku



Źródło: opracowanie własne na podstawie Europejskiego Badania Dochodów i Warunków Życia.

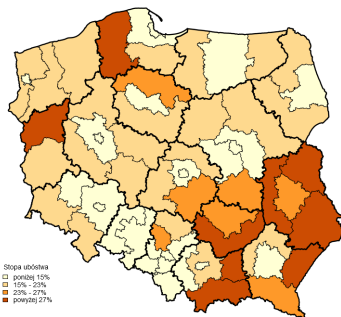
Rysunek 6: Stopa ubóstwa w przekroju regionów w 2012 roku



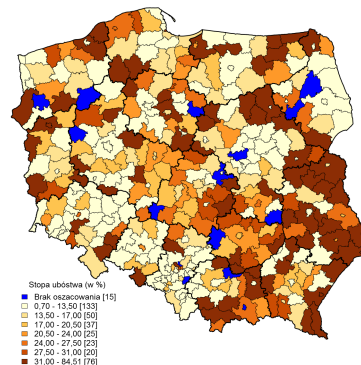
Oszacowania bezpośrednie

Przestrzenne zróżnicowanie **stopy ubóstwa** w przekroju podregionów i powiatów w 2011 roku — podejście bezpośrednie

Rysunek 7: Poziom podregionów



Rysunek 8: Poziom powiatów



Źródło: opracowanie własne na podstawie EU-SILC 2011.

Parametry modelu obszarowego na poziomie podregionów

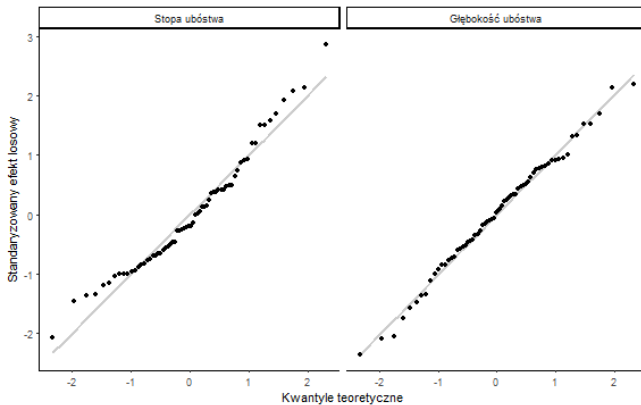
Tablica 1: Parametry β modeli objaśniających stopę oraz głębokość ubóstwa na poziomie podregionów

Zmienna niezależna	β	błąd stand.	wartość p
Stopa ubóstwa			
Stała	0,9033	0,2079	0,0000
Udział osób niepełnosprawnych prawnie w liczbie ludności ogółem	1.2933	0.3260	0.0000
Udział rodzin z 3 dzieci poniżej 24 roku życia pozostających na utrzymaniu	1.1636	0,2522	0.0000
Gęstość zaludnienia (zmienna binarna)	0.0390	0.0105	0.0002
Odsetek mieszkań posiadających ustęp spółdzielczy	-0.9871	0.2030	0.0000
Głębokość ubóstwa			
Stała	-0.0085	0.0269	0.7520
Udział mieszkań, gdzie przypada powyżej 3 osób na izbę w ogólnej liczbie mieszkań	0.6498	0.2619	0.0131
Udział osób w wieku 20–29 lat pozostających na utrzymaniu	0.2788	0.0948	0.0033
Udział dzieci w wieku do lat 17, na które rodzice otrzymują zasiłek rodzinny	0.0014	0.0005	0.0025
Przeciętna liczba osób w gospodarstwie domowym	-0.0250	0.0099	0.0115
Stopa bezrobocia rejestrowanego osób pozostających bez pracy powyżej 12 miesięcy	-0.2982	0.1177	0.0113

Źródło: opracowanie własne na podstawie badania EU-SILC 2011, NSP 2011 oraz BDL.

Diagnostyka modelu — efekty losowe

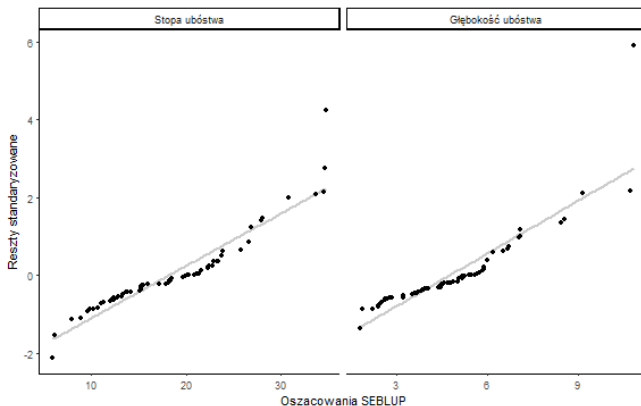
Rysunek 9: Porównanie kwantyli efektów losowych i kwantyli rozkładu normalnego stopy oraz głębokości ubóstwa na poziomie podregionów



Źródło: opracowanie własne na podstawie badania EU-SILC 2011, NSP 2011 oraz BDL.

Diagnostyka modelu — reszty

Rysunek 10: Porównanie reszt standaryzowanych i oszacowań stopy oraz głębokości ubóstwa na poziomie podregionów



Źródło: opracowanie własne na podstawie badania EU-SILC 2011, NSP 2011 oraz BDL.

Precyzja oszacowań

Tablica 2: Porównanie precyzji oszacowań bezpośrednich oraz pośrednich stopy oraz głębokości ubóstwa na poziomie podregionów

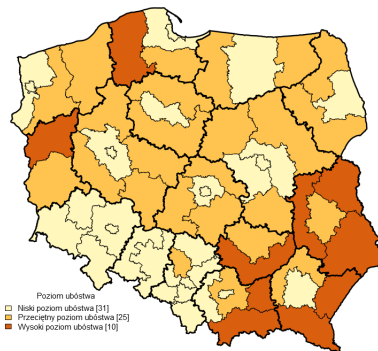
Wartość RRMSE	F_0 HT	F_0 SEBLUP	F_1 HT	F_1 SEBLUP
[0%–10%]	26	38	9	14
(10%–20%)	37	28	47	48
(20%–30%)	3	0	9	4
(30%–40%)	0	0	1	0

Źródło: opracowanie własne na podstawie badania EU-SILC 2011, NSP 2011 oraz BDL.

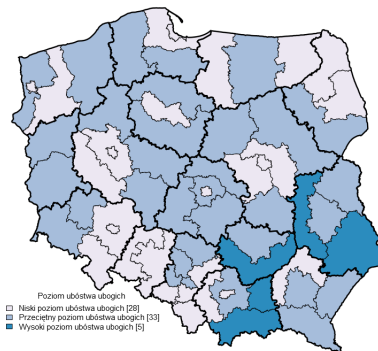
Klasyfikacja stopy i głębokości ubóstwa

Klasyfikacja stopy oraz głębokości ubóstwa w przekroju podregionów w 2011 roku

Rysunek 11: Stopa ubóstwa



Rysunek 12: Głębokość ubóstwa



Źródło: opracowanie własne na podstawie BDL, NSP 2011 i EU-SILC 2011.

Parametry modelu obszarowego na poziomie powiatów

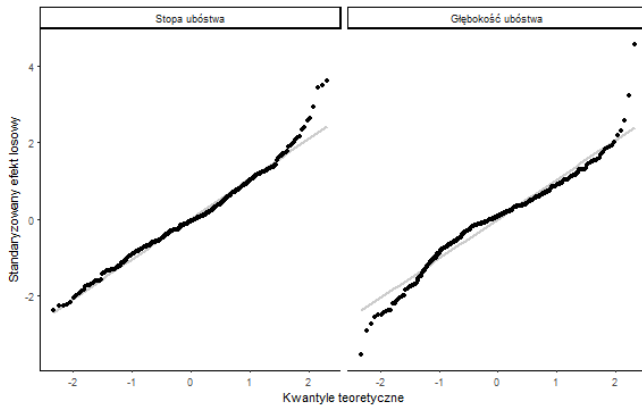
Tablica 3: Parametry β modeli objaśniających stopę oraz głębokość ubóstwa na poziomie powiatów

Zmienna niezależna	β	błąd stand.	wartość p
Stopa ubóstwa			
Stała	-0,7075	0,2918	0,0153
Odsetek osób samotnych powyżej 25 roku życia	1,6090	0,4108	0,0001
Udział osób utrzymujących się z pracy w rolnictwie	1,3475	0,2034	0,0000
Odsetek rodzin z dziećmi do 24 roku życia pozostających na utrzymaniu	1,0213	0,3194	0,0014
Wskaźnik zależności osób w wieku poprodukcyjnym w odniesieniu do liczby osób w wieku produkcyjnym	0,6426	0,2904	0,0269
Udział osób niepełnosprawnych prawnie w liczbie ludności	0,6389	0,2770	0,0211
Wskaźnik zatrudnienia	-0,5523	0,1697	0,0011
Głębokość ubóstwa			
Stała	0,0150	0,0391	0,7005
Odsetek osób samotnych powyżej 25 roku życia	0,2519	0,1198	0,0354
Udział osób utrzymujących się z pracy w rolnictwie	0,2366	0,0583	0,0001
Udział osób w wieku 20–29 lat pozostających na utrzymaniu w liczbie osób w wieku 20–29 lat	0,1858	0,0464	0,0001
Udział osób niepełnosprawnych prawnie w liczbie osób niepełnosprawnych	0,0346	0,0233	0,1377
Odsetek osób w wieku 20–64 lat posiadających wykształcenie zawodowe (logarytm)	0,0349	0,0098	0,0004
Odsetek gospodarstw zamieszkiwanych przez 4 osoby	-0,3176	0,1008	0,0017

Źródło: opracowanie własne na podstawie badania EU-SILC 2011, NSP 2011 oraz BDL.

Diagnostyka modelu — efekty losowe

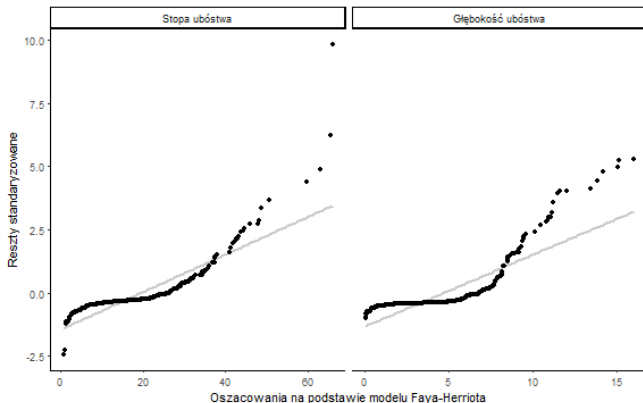
Rysunek 13: Porównanie kwantyli efektów losowych i kwantyli rozkładu normalnego stopy oraz głębokości ubóstwa na poziomie powiatów



Źródło: opracowanie własne na podstawie badania EU-SILC 2011, NSP 2011 oraz BDL.

Diagnostyka modelu — reszty

Rysunek 14: Porównanie reszt standaryzowanych i oszacowań stopy oraz głębokości ubóstwa na poziomie powiatów



Źródło: opracowanie własne na podstawie badania EU-SILC 2011, NSP 2011 oraz BDL.

Precyzja oszacowań

Tablica 4: Porównanie precyzji oszacowań bezpośrednich oraz pośrednich stopy oraz głębokości ubóstwa na poziomie powiatów — podejście obszarowe

Wartość RRMSE	F_0 HT	F_0 SEBLUP	F_1 HT	F_1 SEBLUP
[0%–10%]	7	6	0	0
(10%–20%]	97	115	46	54
(20%–30%]	119	145	129	150
(30%–40%]	70	60	93	92
powyżej 40%	71	53	96	83

Źródło: opracowanie własne na podstawie badania EU-SILC 2011, NSP 2011 oraz BDL.

Parametry modelu jednostkowego na poziomie powiatów

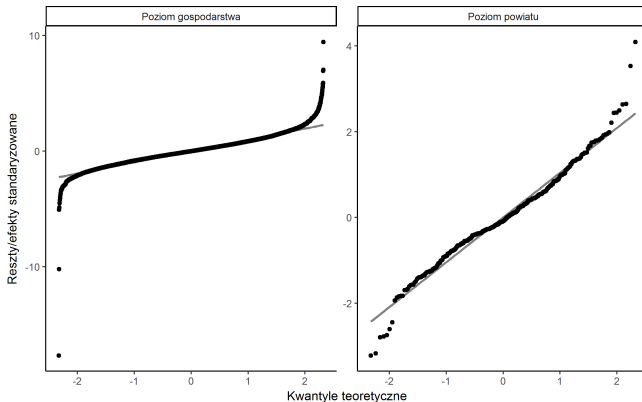
Tablica 5: Parametry β modelu objaśniającego dochód ekwiwalentny na poziomie gospodarstwa domowego

Zmienna niezależna	β	błąd stand.	wartość p
wyraz wolny	24916.24	579.64	0.0000
odsetek mężczyzn w gospodarstwie	3233.45	474.16	0.0000
odsetek osób w wieku 30-44 w gospodarstwie	1863.55	562.68	0.0009
odsetek osób w wieku 65 lat i więcej w gospodarstwie	-2959.38	382.68	0.0000
odsetek osób bezrobotnych w gospodarstwie	-15231.93	876.78	0.0000
odsetek osób niepełnosprawnych w gospodarstwie	-8649.52	745.19	0.0000
odsetek osób z wykształceniem podstawowym w gospodarstwie	-2534.25	448.32	0.0000
odsetek osób z wykształceniem wyższym w gospodarstwie	19061.33	486.28	0.0000
wskaźnik obciążenia demograficznego dzieci w gospodarstwie	-3587.74	336.20	0.0000
gospodarstwo posiada 1 pokój (zmienna binarna)	-2243.68	442.58	0.0000
gospodarstwo posiada 3 pokoje i więcej (zmienna binarna)	2824.66	272.51	0.0000
miejsce zamieszkania: wieś lub miasto do 20 tys. (zmienna binarna)	-2857.61	321.58	0.0000
stopa bezrobocia rejestrowanego	-10206.26	2632.61	0.0001
odsetek osób zatrudnionych w rolnictwie	-8089.02	960.84	0.0000
wypłacone świadczenie społeczne na 1000 zatrudnionych osób	-1597.30	374.01	0.0000

Źródło: opracowanie własne na podstawie badania EU-SILC 2011, NSP 2011 oraz BDL.

Diagnostyka modelu — reszty i efekty losowe

Rysunek 15: Porównanie reszt standaryzowanych i efektów losowych z kwantylami rozkładu normalnego — transformacja Boxa-Coxa

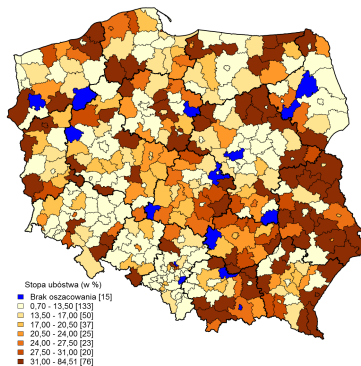


Źródło: opracowanie własne na podstawie badania EU-SILC 2011, NSP 2011 oraz BDL.

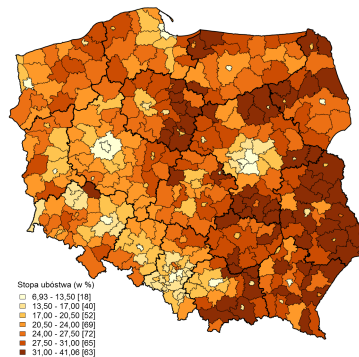
Stopa ubóstwa w przekroju powiatów

Przestrzenne zróżnicowanie **stopy ubóstwa** w przekroju powiatów w 2011 roku — podejście bezpośrednie i jednostkowe

Rysunek 16: Estymacja bezpośrednia



Rysunek 17: Estymacja pośrednia

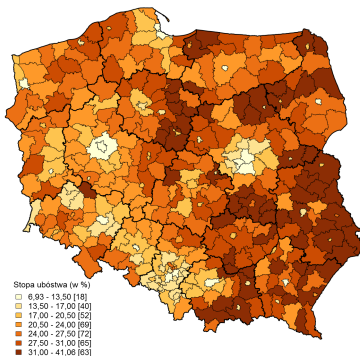


Źródło: opracowanie własne na podstawie BDL, NSP 2011 i EU-SILC 2011.

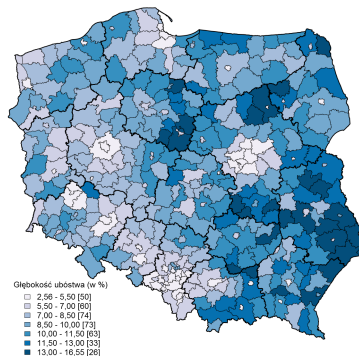
Głębokość i stopa ubóstwa w przekroju powiatów

Przestrzenne zróżnicowanie głębokości i stopy ubóstwa w przekroju powiatów w 2011 roku — podejście jednostkowe

Rysunek 18: Stopa ubóstwa



Rysunek 19: Głębokość ubóstwa

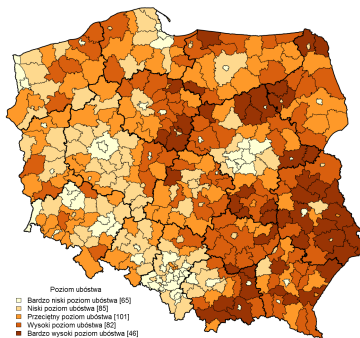


Źródło: opracowanie własne na podstawie BDL, NSP 2011 i EU-SILC 2011.

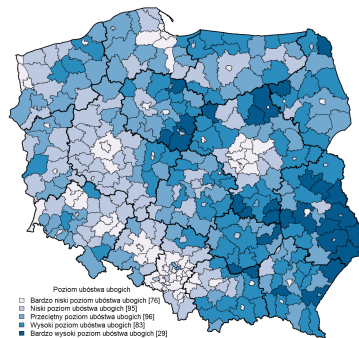
Klasyfikacja stopy i głębokości ubóstwa

Klasyfikacja stopy oraz głębokości ubóstwa w przekroju powiatów w 2011 roku

Rysunek 20: Stopa ubóstwa



Rysunek 21: Głębokość ubóstwa



Źródło: opracowanie własne na podstawie BDL, NSP 2011 i EU-SILC 2011.

Precyzja oszacowań stopy i głębokości ubóstwa

Tablica 6: Porównanie precyzji oszacowań bezpośrednich oraz pośrednich stopy oraz głębokości ubóstwa na poziomie powiatów — podejście jednostkowe

Wartość RRMSE	F_0 HT	F_0 EB	F_1 HT	F_1 EB
[0%–10%]	0	69	0	1
(10%–20%]	51	310	28	367
(20%–30%]	148	0	128	11
(30%–40%]	94	0	104	0
powyżej 40%	71	0	104	0

Źródło: opracowanie własne na podstawie badania EU-SILC 2011, NSP 2011 oraz BDL.

Zbieżność oszacowań stopy ubóstwa z danymi z rejestrów

Tablica 7: Korelacja oszacowań stopy ubóstwa ze **stopą bezrobocia rejestrowanego** oraz **odsetka osób korzystających z pomocy społecznej (PS)** na poziomie powiatów w 2011 roku.

	Podójście bezpośrednie	Podójście pośrednie	Stopa bezrobocia	Korzystający z PS
Podójście bezpośrednie	—	0,503	0,198	0,324
Podójście pośrednie		—	0,641	0,747
Stopa bezrobocia			—	0,693
Korzystający z PS				—

Źródło: opracowanie własne na podstawie EU-SILC, NSP, PUP i MRPiPS.

Wnioski metodyczne

- Na poziomie podregionów najlepszymi własnościami pod względem precyzji oraz poprawności modelu charakteryzuje się przestrzenny model Faya-Herriota.
- Podejście jednostkowe umożliwiło uzyskanie precyzyjnych rezultatów na poziomie powiatów.
- Na precyzję oszacowań miało wpływ zastosowane przekształcenie zmiennej zależnej — w podejściu jednostkowym najlepsze rezultaty uzyskano wykorzystując transformację Boxa-Coxa.
- Zastosowanie estymacji pośredniej umożliwiło oszacowanie wskaźników ubóstwa dla powiatów, które nie znalazły się w próbie.

Wnioski poznawcze

- Uzyskane wyniki istotnie rozszerzają szczegółowość dostępnych informacji o wartości głębokości ubóstwa w przekrojach terytorialnych.
- W procesie modelowania wyróżniono najistotniejsze determinanty ubóstwa m.in. pozostawanie na utrzymaniu, niepełnosprawność, utrzymywanie się z pracy w rolnictwie, wielkość gospodarstwa domowego.
- Ubóstwo w Polsce charakteryzuje się wyraźnym zróżnicowaniem przestrzennym.
- Miasta na prawach powiatu oraz przylegające do nich powiaty są mniej narażone na występowanie zjawiska ubóstwa aniżeli powiaty znacznie oddalone od dużych miast.
- Wyniki przeprowadzonych badań mogą być formą wsparcia w procesie kształtowania ram polityki społecznej.

Kierunki dalszych badań

- **Estymacja ubóstwa wielowymiarowego** — uwzględnienie w estymacji ubóstwa oprócz dochodu także czynników pozamonetarnych.
- **Wykorzystanie właściwego rozkładu w modelowaniu** — zamiast stosowania modelu liniowego estymować parametry rozkładu zbliżonego do rozkładu dochodów np. GB2.
- **Zastosowanie metod odpornych** — uwzględnienie w modelowaniu wpływu wartości odstających.
- **Dynamiczne modele estymacji ubóstwa** — wykorzystanie danych zgromadzonych przez kilka okresów uwzględniając korelację w czasie.

Wybrane pozycje literaturowe

- Czapiński, J. i Panek, T. (2011). *Wykluczenie społeczne. Diagnoza społeczna 2011 warunki i jakość życia Polaków — raport*. Contemporary Economics, 5(3):328–352.
- Fay III, R. E. i Herriot, R. A. (1979). *Estimates of income for small places: an application of James-Stein procedures to census data*. Journal of the American Statistical Association, 74(366a), 269–277.
- Foster, J., Greer, J. i Thorbecke, E. (1984). *A class of decomposable poverty measures*. Econometrica, 52(3):761–766.
- Guadarrama, M., Molina, I. i Rao, J. N. K. (2016). *A comparison of small area estimation methods for poverty mapping*. STATISTICS IN TRANSITION new series and SURVEY METHODOLOGY. Joint Issue: Small Area Estimation 2014, 17(1):41–66.
- GUS (2013). *Jakość życia, kapitał społeczny, ubóstwo i wykluczenie społeczne w Polsce*. Zakład Wydawnictw Statystycznych, Warszawa.
- Magda, I., Bukowski, M., Buchholz, S., Lewandowski, P., Chrostek, P., Kamińska, A., Lis, M., Potoczna, M., Myck, M., Kundera, M., i Oczkowska, M. (2013). *Employment in Poland 2011 — Poverty and jobs*.
- Molina, I. i Rao, J. N. K. (2010). *Small area estimation of poverty indicators*. Canadian Journal of Statistics, 38(3):369–385.
- Pratesi, M. i Salvati, N. (2008). *Small area estimation: the eblup estimator based on spatially correlated random area effects*. Statistical Methods and Applications, 17(1):113–141.
- Szymkowiak, M., Młodak, A. i Wawrowski, Ł. (2017). *Mapping Poverty at the Level of Subregions in Poland Using Indirect Estimation*. STATISTICS IN TRANSITION new series, 609.
- Wawrowski, Ł., (2016), *The Spatial Fay-Herriot Model in Poverty Estimation*, Folia Oeconomica Stetinensia, 16 (2), s. 191-202.

Dziękuję za uwagę