

dr hab. Piotr Wojtylak, prof UO
Instytut Matematyki i Informatyki UO

Opole, 5 listopada 2015

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr-a Zhe Lin
Full Nonassociative Lambek Calculus with Modalities and Its
Applications in Type Grammars

Rozprawa dotyczy rozszerzeń, operatorami modalnymi, systemów logicznych Lambeka: *NL* (niełączny), *FNL* (niełączny pełny), *DFNL* (niełączny dystrybutywny) oraz *BFNL* (niełączny booleowski). Podstawowy (łączny) *L* pozostaje poza zainteresowaniami doktoranta. Rozszerzenie modalne zawierają z kolei różne kombinacje bazowych aksjomatów modalnych (*T*), (*4*) oraz (*5*). Wszystkie rozważane w rozprawie systemy należą do tzw. logik podstrukturalnych. Doktorant wykorzystuje w swoich badaniach aparat teorii dowodowy, teorii-modelowy oraz algebraiczny. Dodatkowo rozważane systemy logiczne zostają zastosowane w analizie lingwistycznej, do zdefiniowania odpowiednich gramatyk kategoryalnych.

Rozprawa zawiera oryginalne konstrukcje i niebanalne rezultaty, które w istotny sposób rozszerzają naszą wiedzę o logikach podstrukturalnych. Dowiedziona jest eliminowalność reguły cięcia, dla sekwencyjnych wersji rozszerzeń *NL* i *FNL*, w takim zakresie jaki tylko jest możliwa. Stąd wynikają różne interesujące własności rozważanych systemów t.j. extended subformula property, lematy interpolacyjne i w konsekwencji (wielomianowa) rozstrzygalność relacji wyprowadzalności. Analogiczne wnioski dowodzone są dla modalnych rozszerzeń *DFNL* oraz *BFNL*. Brak twierdzenia o eliminowalności cięcia zmusza jednak Doktoranta, w tych przypadkach, do znacznego wzbogacenia aparatu badawczego. Oprócz metod syntaktycznych pojawiają się algebraiczne i dowodzone są różne własności klas modeli algebraicznych rozważanych systemów (takie jak SFMP i FEP). Uzyskane rezultaty, a szczególnie lematy interpolacyjne, wykorzystane są w dowodach bezkontekstowości gramatyk zbudowanych na rozważanych logikach.

Twierdzenie o eliminowalności reguły cięcia to uświęcony kanon logiczny. Rezultaty tej postaci celebrowane są w literaturze naukowej i znajdują liczne zastosowania. Rozprawa zawiera, w rozdziale drugim, zarys dowodu twierdzenia o eliminowalności cięcia dla systemu NL . Wynik ten jest oczywiście dobrze znany i dość często cytowany. Domyślam się, że Doktorantowi chodziło o sformułowanie omawianej własności, oraz jej dowodu, w możliwie doskonałej postaci. W większości przypadków dowodzi się bowiem twierdzenia w dużo bardziej ułomnej formie. Wersja użyta w dalszej części rozprawy, (Φ -restricted cut), sprawdza się znakomicie w przypadku rozważanych rozszerzeń NL i FNL i pozwala na uzasadnienie dalszych własności, jak choćby tzw. subformuła property mówiąca, że każda dowodliwa formuła posiada dowód składający się z jej podformuł.

Drugim klasycznym rezultatem, który znajduje liczne zastosowania w rozprawie jest twierdzenie o interpolacji; choć może w tym przypadku istnieje tylko daleka analogia między dowodzonymi lematami interpolacyjnymi, a ich klasycznym pierwowzorem. Doktorant uzasadnia własność interpolacji dla praktycznie wszystkich rozważanych w rozprawie rozszerzeń systemów Lambeka, w istotny sposób modyfikując i uzupełniając dowody zamieszczone w literaturze. Wyniki te znajdują następnie liczne zastosowania. Użyte są między innymi do oszacowania złożoności obliczeniowej badanych systemów, w dowodach własności SFMP (i FEP) klas algebr oraz w dowodach bezkontekstowości gramatyk. Choć interpolacja rozważana w rozprawie oznacza trochę co innego niż w logice klasycznej, rodzi się jednak pytanie czy własność ta jest zachowywana podobnie jak interpolacja w zwykłych logikach modalnych, gdzie jest stosunkowo rzadka. Przykładowo, tylko skończenie wiele rozszerzeń $S4$ ma własność interpolacji. Nie wiem jak to jest z modalnymi rozszerzeniami systemów Lambeka i moim zdaniem przydałby się, jako kontrprzykład, przynajmniej jeden naturalny system modalny bez tej własności. Ponadto, interpolacja w logice modalnej ma swój algebraiczny odpowiednik, którym jest amalgamacja. Fakt ten jest powszechnie znany i skłania do pytania o to, czy podobny algebraiczny odpowiednik funkcjonuje w przypadku algebraicznych modeli systemów Lambeka.

Mamy zatem twierdzenia o eliminowalności cięcia i pewne wersje interpolacji. Teoria logik podstrukturalnych, rozbudowywana w rozprawie, układa się w dużej mierze dość podobnie, jak teoria logiki klasycznej. Ciekawsze jest jednak artykułowanie różnic, a nie podobieństw, obu teorii. Pojawiają się one wraz z złożonością obliczeniową i zamieszczone rezultaty dotyczące tej kwestii dobrze ilustrują konsekwencje wprowadzenia do rozważań reguł

strukturalnych. Myślę, że twierdzenia dotyczące złożoności obliczeniowej należą do najciekawszych i najważniejszych w całej rozprawie. Wzmacniając i uogólniając rezultaty znane Doktorant dowodzi wielomianowej rozstrzygalności wszystkich rozważanych w rozprawie rozszerzeń NL i FNL , (a także ich relacji wyprowadzalności). Bardziej zaskakujące są jednak, w tym kontekście, wyniki dotyczące $DFNL$ oraz $BFNL$ i ich modalnych rozszerzeń, zamieszczone w rozdziale piątym, nie mające jak się wydaje swoich odpowiedników w literaturze. Doktorant w pomysłowy sposób wykorzystuje teorię logik temporalnych do wykazania, że pewne systemy Lambeka są PSPACE-hard, a pewne nawet PSPACE-complete. Najbardziej podobał mi się pomysł użycia dodatkowej zmiennej przy dowodzie iż bi-logika $K_{1,2}^t$, będąca fuzją $K.t$ oraz $K.t$, interpretuje się w $K.t$ czego konsekwencją jest należenie $BFNL$ do PSPACE. Obawiam się jedynie, że ta interpretacja nie będzie już działała w przypadku rozszerzeń systemu K (t.j. T).

Nie jestem specjalistą w zakresie lingwistyki i pewno miałbym wiele problemów z oceną rezultatów dotyczących gramatyk teoretycznych. Szczęśliwie dla mnie, rozprawa - trochę wbrew deklaracjom - nie wychodzi tym zakresie poza dowody bezkontekstowości odpowiednich gramatyk i powielenie kilku przykładów.

Pewnym mankamentem pracy są jej rozmiary. Rozprawa jest bardzo obszerna bo liczy prawie 90 stron (z bibliografią). Na te rozmiary wpływa niewątpliwie syntaktyczny charakter większości zamieszczonych dowodów. Przykładowo, uzasadnienie eliminowalności cięcia wymaga drobiazgowego rozważania wielu przypadków; Doktorant i tak wiele z nich pomija (zwłaszcza te rozważane dość standardowo), pozostawiając tylko najbardziej charakterystyczne. Oczywiście obszerne rozmiary pracy nigdy nie nastawiają recenzenta przychylnie. Muszę jednak przyznać, że biorąc pod uwagę liczbę badanych systemów, konieczność powtarzania dla każdego z nich przynajmniej fragmentów pewnych argumentacji oraz wspomniany syntaktyczny charakter większości zamieszczonych dowodów, to Doktorant w kwestiach redakcyjnych wykazuje się niezwykłym talentem. Zamieszczone w rozprawie jest tylko tyle ile należy i nie byłbym w stanie zrobić tej selekcji lepiej; redagując omawiany materiał zapewne podwoiłbym rozmiary. Dodam także, że strona redakcyjna rozprawy przedstawia się znakomicie. W zasadzie nie dostrzegam żadnej redakcyjnej usterki; tylko bardzo drobne błędy typograficzne, których nie warto wyszczególniać.

Jakiegokolwiek mankamenty i podniesione w recenzji zastrzeżenia nie mają wpływu na zdecydowanie pozytywną ocenę pracy. Stwierdzam, że recenzowana rozprawa doktorska omawia istotne kwestie poruszane we współczesnej literaturze naukowej, przedstawia oryginalne i niebanalne rezultaty naukowe. Spełnia ona, bez najmniejszych wątpliwości, wszystkie wymagania stawiane przed rozprawami doktorskimi. W szczególności stanowi oryginalne rozwiązanie problemu naukowego, wykazuje ogólną wiedzę teoretyczną Doktoranta i jego umiejętność samodzielnej pracy naukowej. Wnoszę zatem o dopuszczenie mgr-a Zhe Lin do dalszych etapów przewodu doktorskiego, a w szczególności o dopuszczenie do publicznej obrony rozprawy.

Piotr Wyżółka