30 kwietnia 2021 r.

Zagadnienia egzaminacyjne dla kandydatów na studia II stopnia na kierunku Matematyka

1. Zbiory liczbowe (zbiór liczb rzeczywistych, zespolonych), działania w tych zbiorach.
2. Tautologie, schematy wnioskowania, systemy aksjomatyczne, dowód w rachunku zdań, prawa rachunku zdań i rachunku kwantyfikatorów.
3. Algebra zbiorów, równoliczność zbiorów, zbiory przeliczalne i nieprzeliczalne, twierdzenie Cantora o zbiorze potęgowym, hipoteza continuum.
4. Ciągi, granica ciągu, własności ciągów zbieżnych, liczba e.
5. Szeregi liczbowe, kryteria zbieżności szeregów, zbieżność bezwzględna i warunkowa.
6. Funkcje i ich własności (monotoniczność, różnowartościowość, surjektywność, odwracalność)
7. Granica funkcji, własności granic, funkcje ciągłe.
8. Pochodna funkcji, interpretacja geometryczna, zastosowanie pochodnych do badania przebiegu zmienności funkcji, formuła Taylora, rozwijanie funkcji w szeregi potęgowe.
9. Całka nieoznaczona i całka Riemanna, twierdzenie Newtona–Leibniza, podstawowe metody całkowania, zastosowanie do obliczania pól figur, długości wykresów funkcji, objętości brył obrotowych.
10. Całka niewłaściwe, kryteria zbieżności całek niewłaściwych.
11. Szeregi funkcyjne, zbieżność punktowa i jednostajna, różniczkowanie i całkowanie szeregów funkcyjnych, szeregi potęgowe, promień zbieżności.
12. Szeregi Fouriera, wzory Eulera-Fouriera, zbieżność szeregów Fouriera.
13. Przestrzenie euklidesowe i funkcje wielu zmiennych, ciągłość funkcji wielu zmiennych, współrzędne w przestrzeni euklidesowej: biegunowe, sferyczne, krzywoliniowe.
14. Pochodna funkcji wielu zmiennych, pochodna kierunkowa i gradient, ekstrema funkcji wielu zmiennych.
15. Całkowanie funkcji wielu zmiennych, sprowadzanie całki do całki iterowanej, zastosowanie całek funkcji wielu zmiennych.
16. Równania różniczkowe, równania różniczkowe zupełne, twierdzenia Peana i Picarda, układy liniowych równań różniczkowych.
17. Miara Lebesgue'a, zbiory mierzalne w sensie Lebesgue'a, całka Lebesgue'a, zbiór Cantora.
18. Liczby zespolone, postać trygonometryczna liczb zespolonych, wzór de Moivre'a, wzór Eulera, pierwiastki liczb zespolonych, zasadnicze twierdzenie algebry.
19. Kongruencje, małe twierdzenie Fermata, twierdzenie Eulera, chińskie twierdzenie o resztach.
20. Podstawowe struktury algebraiczne, działania i ich własności.

21. Homomorfizmy grup, grupa ilorazowa, pierwsze twierdzenie o izomorfizmie.
22. Permutacje, znak permutacji, rozkłady na cykle i transpozycje.
23. Pierścienie wielomianów, pierwiastki wielomianów.
24. Teoria podzielności w półgrupach i dziedzinach całkowitości, elementy pierwsze i nierozkładalne, NWD, NWW.
25. Macierze, operacje na macierzach, rząd macierzy, wyznacznik, metody liczenia rzędu lub wyznacznika macierzy, układy równań liniowych.
26. Macierze jako odwzorowania liniowe, liniowa zależność macierzy, wektory i wartości własne, baza przestrzeni liniowej.
27. Wektory na płaszczyźnie i w przestrzeni, iloczyn skalarny i wektorowy, równania prostej i płaszczyzny, wektory normalne.
28. Aksjomatyczna definicja przestrzeni probabilistycznej. Podstawowe własności prawdopodobieństwa, prawdopodobieństwo warunkowe i całkowite, twierdzenie Bayesa, schemat Bernoulliego.
29. Zmienne losowe, dystrybuanty i rozkłady prawdopodobieństwa, niezależność zmiennych losowych, prawa wielkich liczb, centralne twierdzenie graniczne.
30. Teoria estymacji, przedziały ufności, testy statystyczne, regresja liniowa.