

**Opinia o rozprawie doktorskiej
magister Joanny Kończak
zatytułowanej**

**Wybrane własności przestrzeni
Orlicza-Lorentza.**

Rozprawa doktorska magister Joanny Kończak dotyczy charakteryzacji pewnych geometrycznych własności przestrzeni Orlicza-Lorentza. Składa się ona ze wstępu, trzech rozdziałów i bibliografii liczącej 59 pozycji.

W rozdział pierwszym przedstawione są wyniki dotyczące geometrycznych własności funkcyjnych przestrzeni Orlicza-Lorentza z normą Orlicza. Pierwszym istotnym rezultatem uzyskanym w tym rozdziale jest równość norm Amemiya i Orlicza w przestrzeniach Orlicza-Lorentza bez żadnych dodatkowych założeń o funkcji Orlicza ϕ oraz funkcji wagowej ω . (zob. Tw. 1.1., str. 14). Drugim istotnym rezultatem tego rozdziału jest Tw. 1.2 dotyczące osiągnięcia infimum we wzorze definiującym normę Amemiya. Twierdzenie 1.3 to interesująca charakteryzacja porządkowej ciągłości funkcyjnych przestrzeni Orlicza-Lorentza. Rozważane są w nim dwa przypadki $\gamma < \infty$ oraz $\gamma = +\infty$, gdzie $[0, \gamma)$ jest przedziałem na którym jest zdefiniowana przestrzeń Orlicza-Lorentza. W zależności od przypadku otrzymuje się dwa różne warunki charakteryzacyjne. Podobną postać ma Tw. 1.4 dotyczące własność Kadeca-Klee funkcyjnych przestrzeni Orlicza-Lorentza. Okazuje się ponadto że charakteryzacje otrzymane w Twierdzeniach 1.3 i 1.4 są identyczne.

Tw. 1.5. dotyczy własności Kadeca-Klee w przestrzeni elementów skończonych przy założeniu że współczynnik $b_\phi = +\infty$ (w przeciwnym przypadku przestrzeń elementów porządkowo ciągłych składa się z zera).

W dalszej części rozdziału pierwszego znajdujemy charakteryzacje własności monotonicznościowych funkcyjnych przestrzeni Orlicza-Lorentza. Twierdzenie 1.6 dotyczy ściślejszej monotoniczności w przypadku gdy $\gamma = +\infty$, a Twierdzenie 1.7 przypadku $\gamma < \infty$.

Twierdzenia 1.8 i 1.9 są związane z problemem zawierania porządkowo ciągłych kopii l_∞ przez funkcyjne przestrzenie Orlicza-Lorentza. Natomiast w Twierdzeniach 1.10, 1.11, 1.12 i 1.13 podane są charakteryzacje górnej lokalnej jednostajnej monotoniczności i dolnej lokalnej jednostajnej monotoniczności. Ponadto w Twierdzeniach 1.14 i 1.15 podane są warunki równoważne jednostajnej monotoniczności w funkcyjnych przestrzeniach Orlicza-Lorentza.

W dalszej części rozdziału pierwszego przedstawione zostały zastosowania wcześniej wymienionych rezultatów do przestrzeni Orlicza (odpowiada to sytuacji gdy funkcja wagowa $\omega = 1$.) Są to Wnioski 1.1 - 1.6, które uogólniają znane wcześniej rezultaty na przypadek gdy funkcja ϕ nie jest N -funkcją.

Podobną strukturę do rozdziału pierwszego ma rozdział drugi, w którym rozważane są ciągowe przestrzenie Orlicza-Lorentza z normą Orlicza. Twierdzenia 2.3 - 2.9 to podobne do uzyskanych w rozdziale pierwszym charakteryzacje geometrycznych

własności takich jak: porządkowa ciągłość, ścisła monotoniczność, jednostajna monotoniczność, górna i dolna jednostajna monotoniczność. Również w tym rozdziale przedstawiono zastosowania rezultatów dotyczących ciągowych przestrzeni Orlicza-Lorentza do przypadku ciągowych przestrzeni Orlicza.

Ostatni rozdział rozprawy dotyczy niekwadratowości (i jej różnych wariantów) w przestrzeni Orlicza-Lorentza z normą Luxemburga. Przypomnijmy że jednostajna niekwadratowość przestrzeni Banacha implikuje jej superrefleksywność jak również jednostajnie niekwadratowe przestrzenie Banacha mają własność punktu stałego. Stąd jest interesującym pytaniem które przestrzenie Orlicza-Lorentza posiadają tę własność (lub jej różne warianty).

Twierdzenia 3.7, 3.8 i 3.9 to charakteryzacja lokalnej jednostajnej niekwadratowości. Natomiast Twierdzenia 3.10 i 3.11 to charakteryzacja punktów niekwadratowych. Analogicznie jak w poprzednich rozdziałach Wnioski 3.1 - 3.5 to zastosowania rezultatów z rozdziału trzeciego do przestrzeni Orlicza.

Moim zdaniem rozprawa doktorska magister Joanny Kończak prezentuje wysoki merytoryczny poziom i wnosi istotny wkład w teorię przestrzeni Orlicza-Lorentza. Tematyka rozważana w rozprawie nie jest "egzotyczna". Świadczy o tym między innymi bogata bibliografia rozprawy licząca 59 pozycji. Oczywiście warunki równowazne geometrycznym własnościom przestrzeni Orlicza-Lorentza można zgadnąć na podstawie wcześniejszych rezultatów uzyskanych w przestrzeniach Orlicza, ale ich dowodów nie można otrzymać "przepisując" dowody znanych wcześniej wyników. Należy wspomnieć że badanie przestrzeni Orlicza - Lorentza jest ogólnie trudniejsze od badania przestrzeni Orlicza ze względu na funkcję wagową i funkcję nierosnącego przedstawienia.

Wiele dowodów przedstawionych rezultatów jest trudnych technicznie (zob np. Tw. 1.1, Tw. 1.4 i Tw. 3.9). W swoich badaniach magister Joanna Kończak nawiązuje do rezultatów znanych w teorii przestrzeni funkcyjnych matematyków takich jak: Y. Cui, H. Hudzik, A. Kamińska, M. Mastyło i innych. Istotne jest również że rozprawa zawiera nie tylko dowody twierdzeń, ale podana jest motywacja do danego kierunku badań. Liczne przykłady zawarte w rozprawie pokazują istotność założeń w dowodzonych twierdzeniach jak również ilustrują ich zastosowania. Warto również wspomnieć, że wnioski z uzyskanych w rozprawie twierdzeń dotyczące przestrzeni Orlicza uogólniają znane wcześniej wyniki (głównie chodzi o wyeliminowanie faktu że funkcja generująca przestrzeń Orlicza jest N -funkcją). Ponadto rozprawa jest bardzo dobrze zredagowana, co nie jest proste w przypadku trudnych technicznie dowodów. Wypada również wspomnieć że magister Joanna Kończak jest współautorką czterech publikacji.

Biorąc pod uwagę wyżej wymienione argumenty, z pełną odpowiedzialnością stwierdzam, że rozprawa doktorska magister Joanny Kończak spełnia warunki określone w art. 13 ust. 1 Ustawy z dnia 18 marca 2011 roku o zmianie ustawy -Prawo o szkolnictwie wyższym, ustawy o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki.

Zatem wnioskuję o dopuszczenie magister Joanny Kończak do dalszych etapów przewodu doktorskiego i o nadanie jej stopnia naukowego doktora nauk matematycznych. Uważam że rozprawa zasługuje na wyróżnienie.

Kraków, dnia 27 października 2022 roku

Prof. dr hab. Grzegorz Lewicki
Profesor zwyczajny w Instytucie Matematyki
Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie

Grzegorz Lewicki