16.04.2019, Poznań

Henryk Kasprzak
ul. Lotników 7/5
68-200 Żary
Studium Doktoranckie VI rok
Pesel: 56042413836

STRESZCZENIE

Moja rozprawa doktorska "Rozwiązanie problemu istnienia podprzestrzeni niezmienniczych dla operatorów liniowych ciągłych na niearchimedesowych przestrzeniach Köthego" rozwizuje problem istnienia operatorów liniowych i ciągłych na niektórych niearchimedesowych przestrzeniach Köthego, które nie mają nietrywialnych domkniętych podprzestrzeni niezmienniczych. Rozprawa ta jest napisana na podstawie mojej opublikowanej pracy H. Kasprzak, The invariant subspace problem for non-Archimedean Köthe spaces. *J. Math. Anal. Appl.* **453** (2017), no. 2, 1086-1110 i jest jej udoskonaleniem. Udoskonalenie to jest oparte na trzech następujcych filarach: operowanie funkcją f o wartościach rzeczywistych, dualność i algebraizacja. W rozprawie doktorskiej kluczową rolę odgrywa funkcja $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{R}$. Za pomocą tej funkcji definiujemy operator liniowy ciągły $T_0\colon \Lambda_0(A) \to \Lambda_0(A)$ na podprzestrzeni gęstej $\Lambda_0(A) = \mathrm{Lin}\{e_1, e_2, \dots\}$ niearchimedesowej przestrzeni Köthego $\Lambda(A)$. W mojej opublikowanej pracy funkcję f definiujemy o wartościach całkowitych. W rozprawie doktorskiej posługujemy się funkcją f o wartościach rzeczywistych, do bezpośredniego zdefiniowania operatora T_0 stosujemy funkcję $\hat{f}\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N},\ n \mapsto [f(n)]$. Daje to duże udogodnienia. Między innymi pozwala to stworzyć dualność. Dualność polega na tym, że funkcję f można zastąpić każdą inną funkcją, zmieniają się przy tym odpowiednio współczynniki macierzy danej niearchimedesowej przestrzeni Köthego. Stosując funkcję $f \equiv 0$ otrzymujemy prostą postać operatora T_0, a stosując funkcję f różną od zera możemy łatwiej wykorzystać własności geometryczne danej niearchimedesowej przestrzeni Köthego. Algebraizacja jest oparta na fakcie, że pod pewnym względem operator T_0 można zdefiniować zupenie dowolnie i prawdziwość Lematu 1.6 otrzymujemy automatycznie

W rozdziale pierwszym formułujemy i dowodzimy Twierdzenie Generalne. Twierdzenie Generalne nie jest jednym twierdzeniem, ale jest schematem wielu twierdzeń. W rozdziale drugim definiujemy i dowodzimy dwa konkretne schematy, które wynikają z Twierdzenia Generalnego. Schematy te łatwo dowodzi się dla funkcji $f \equiv 0$, a następnie łatwo się je uogólnia dla dowolnej funkcji f. A w rozdziale trzecim wykazujemy, że niearchimedesowe przestrzenie Köthego spełniające pewne własności są izomorficzne ze schematami z części drugiej.

W paragrafie pierwszym rozdziału pierwszego formułujemy założenia Twierdzenia Generalnego. Twierdzenie to mówi, że jeśli dla danej funkcji $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ zdefiniujemy operator liniowy $T_0 \colon \Lambda_0(A) \to \Lambda_0(A)$, $a^{\hat{f}(n)} e_n \mapsto \sum_{i=1}^{n} a^{\hat{f}(i)} e_i + a^{\hat{f}(n+1)} e_{n+1}$ spełniający te założenia, to T_0 jest ciągły i rozszerza się do operatora liniowego i ciągłego $T \colon \Lambda(A) \to \Lambda(A)$ niemającego nietrywialnych podprzestrzeni niezmienniczych. Założenia te są tak zdefiniowane, aby można było stosować teorię dualności.

W paragrafie drugim zakładamy, że $f \equiv 0$ i dowodzimy parę lematów potrzebnych do udowodnienia Twierdzenia 1.9 z paragrafu trzeciego, które jest przypadkiem szczególnym Twierdzenia Generalnego dla $f \equiv 0$.

Za pomocą Twierdzenia 1.11 tworzymy teorię dualności. Twierdzenie to określa w jaki sposób operator $T_0 \colon \Lambda_0(A) \to \Lambda_0(A)$ zdefiniowany za pomocą funkcji f mona zastąpić operatorem $R_0 \colon \Lambda_0(B) \to \Lambda_0(B)$ zdefiniowanym za pomocą dowolnej funkcji g, przy czym przestrzenie $\Lambda(A)$ i $\Lambda(B)$ są izomorficzne. Z Twierdzenia 1.9 i Twierdzenia 1.11 wyprowadzamy Twierdzenie Generalne, tj. Twierdzenie 1.12. Mając twierdzenie udowodnione dla $f \equiv 0$ oraz fakt, że f można zastąpić każdą inną funkcją otrzymujemy Twierdzenie Generalne.

W paragrafie pierwszym rozdziału drugiego definiujemy i dowodzimy schemat pierwszy dla $f \equiv 0$, który następnie uogólniamy dla dowolnego f w paragrafie drugim. W paragrafie trzecim wprowadzamy schemat drugi i jego uogólnienie.

W paragrafie pierwszym rozdziau trzeciego dowodzimy podstawowe twierdzenie udowodnione w mojej opublikowanej pracy, korzystając ze schematu pierwszego dla $f \equiv 0$. W paragrafie drugim korzystamy za schematu pierwszego dla dowolnego f, nie zakładamy przy tym, że współczynniki macierzy niearchimedesowych przestrzeni Köthego są ograniczone od dołu.

W dalszej części rozdziału trzeciego zakładamy ograniczoność współczynników macierzy niearchimedesowych przestrzeni Köthego od dołu, możemy zatem korzystać ze schematu drugiego. Podział niearchimedesowych przestrzeni Köthego ze względu na rodzaj współczynników nie jest scisły i w dużej mierze zależy od funkcji f.

Z Twierdzenia 3.6 otrzymujemy kolejno twierdzenia 3.9, 3.10 i 3.11. Twierdzenie 3.11 uogólnia Twierdzenie 3.8 z mojej opublikowanej pracy. A z twierdzenia 3.11 otrzymujemy kolejno twierdzenia 3.14, 3.15, 3.16 i 3.17. Twierdzenie 3.15 uogólnia Twierdzenie 4.1 z mojej pracy dla nuklearnych niearchimedesowych przestrzeni Köthego. A Twierdzenie 3.17 uogólnia wyniki dla niearchimedesowych funkcji analitycznych z tej pracy.

Henryk Kasprzak