

RECENZJA ROZPRAWY DOKTORSKIEJ  
MGRA WOJCIECHA POLITARCZYKA

Recenzja dotyczy rozprawy doktorskiej "*Khovanov homology of symmetric links*", którą napisał mgr Wojciech Politarczyk. Przedmiotem badań w omawianej rozprawie są sploty (w szczególności, węzły) symetryczne ze względu na działanie grupy cyklicznej rzędu  $n \geq 2$ . Dla takich periodycznych splotów Politarczyk określa ekwiwariantną wersję homologii Khovanova i konstruuje ciąg spektralny służący do obliczeń tych homologii, a następnie wykonuje obliczenia 2-ekwiwariantnych homologii Khovanova splotów torusowych  $T(n, 2)$ .

Ponadto opisuje on ekwiwariantne wersje wielomianu Jonesa splotów periodycznych wskazując, że spełniają one pewne relacje motkowe, z których następnie wyprowadza "state sum formula". Te rozważania pozwalają mu na uzyskanie nowego kryterium na periodyczność splotów w terminach homologii Khovanova. W szczególności, uzyskane przez Politarczyka kryterium pozwala pokazać, że węzeł  $10_{161}$  nie jest 5-periodyczny, czego nie można było stwierdzić za pomocą mojego, opartego na wielomianie Jonesa, kryterium na periodyczność splotów.

Próby określania ekwiwariantnych homologii Khovanova istniały już wcześniej, lecz nowa definicja Politarczyka robi wrażenie dojrzałej i pomysłowej, a szczególnie ciekawym faktem jest wprowadzenie (do dwóch już znanych) trzeciej gradacji homologii wynikającej z działania grupy cyklicznej. Określony przez Politarczyka ciąg spektralny służący do obliczeń homologii wydaje się być bardzo silnym narzędziem o potencjalnie dużych zastosowaniach.

Należy podkreślić, że homologie Khovanova są obecnie bardzo ważnym obiektem badanym w teorii węzłów i leżą w centrum zainteresowania specjalistów z tej dziedziny matematyki. Wersja homologii Khovanova przedstawiona przez Politarczyka jest bez wątpienia bardzo dużym osiągnięciem i powinna wkrótce znaleźć się w czołowym czasopiśmie matematycznym. Metody stosowane przez Politarczyka do określenia swojej wersji homologii Khovanova są bardzo eleganckie i świadczą o dużej dojrzałości matematycznej autora.


Za bardzo ciekawe uważam również przedstawione w rozprawie ekwiwariantne wersje wielomianu Jonesa i pomysłowe wyprowadzenie kryterium periodyczności splotów, które znacznie ulepsza moje kryterium uzyskane jakiś czas temu innymi metodami. Dzięki temu Politarczyk potrafi wykryć brak symetrii periodycznych w takich splotach, w których moje kryterium niewiele dawało. Bez wątpienia nowe kryterium periodyczności splotów zasługuje na osobną publikację w dobrym czasopiśmie.

Do tej pory badanie aspektów dotyczących symetrii splotów nie należało do centralnych zagadnień teorii węzłów. Nie jest wykluczone, że wyniki Politarczyka po dalszym rozwinięciu i udoskonaleniu spowodują, że sploty symetryczne przykują większą uwagę specjalistów z teorii węzłów, bo zostaną dostarczone nowe, silne metody badawcze.

W konkluzji uważam, że rozprawa doktorska mgra Wojciecha Politarczyka z całą pewnością spełnia ustawowe i zwyczajowe wymagania stawione rozprawom doktorskim i dlatego wnoszę o przyjęcie rozprawy doktorskiej i dopuszczenie mgra Wojciecha Politarczyka do dalszych etapów przewodu doktorskiego. Ponadto ze względu na rangę uzyskanych wyników stawiam wniosek o wyróżnienie rozprawy doktorskiej, który dokładniej uzasadniam w osobnym piśmie.

Washington, DC, USA, May 12, 2015

Department of Mathematics  
George Washington University  
Washington, DC 20052

  
Józef H. Przytycki  
Professor of Mathematics  
George Washington University