Silne i słabe momenty wektorów losowych

Rafał Latała, Uniwersytet Warszawski

Silny p-ty moment wektora losowego X w przestrzeni unormowanej $(F, \| \ \|)$ określa się wzorem $M_p(X) := (\mathbb{E}\|X\|^p)^{1/p}$. Powiązaną wielkością jest *słaby p-ty moment* zdefiniowany jako $\sigma_p(X) := \sup(\mathbb{E}|\varphi(X)|^p)^{1/p}$, gdzie supremum jest brane po wszystkich ciągłych funkcjonałach liniowych o normie 1. Oczywiście zawsze $\sigma_p(X) \leqslant M_p(X)$.

Słabe momenty są dużo łatwiejsze do oszacowania niż silne momenty. Ponadto, jest wiele nierówności dotyczących jednowymiarowych zmiennych losowych, a dużo mniej jest wiadomo o normach wektorów losowych. Dlatego ciekawe są pytania dotyczące porównywania słabych i silnych momentów.

W czasie odczytu omówię następujące dwa problemy.

i) Przy ustalonym n i p, jaka jest najlepsza stała $C_{n,p}$ taka, że dla dowolnego n-wymiarowego wektora losowego X i dowolnej normy na $\mathbb{R}^n$ zachodzi nierówność $M_p(X) \leqslant C_{n,p}\sigma_p(X)$?

ii) Co trzeba założyć o wektorze losowym X by jego silne i słabe momenty były porównywalne, to znaczy, by $M_p(X) \leqslant C(M_1(X) + \sigma_p(X))$ dla dowolnego $p \geqslant 1$?

Podam też pewne zastosowania dyskutowanych nierówności oraz przedstawię kilka otwartych problemów. Odczyt będzie oparty na wspólnych pracach z Piotrem Nayarem i Martą Strzelecką.