

Tomasz Ciaś

Rozwiązania równań różniczkowych o kontrolowanym nośniku i ich rola w aproksymacji typu Rungego

Streszczenie

Mówimy, że operator różniczkowy cząstkowy $P(D)$ jest *częściowo eliptyczny*, jeśli jego symbol $P \in \mathbb{C}[\xi_1, \dots, \xi_d]$, $P(\xi) = \sum_{|\alpha| \leq m} c_\alpha \xi^\alpha$, jest wielomianem rzędu $m \geq 1$ o symbolu głównym P_m , $P_m(\xi) = \sum_{|\alpha|=m} c_\alpha \xi^\alpha$, takim, że

$$\{0\} \subsetneq \text{lin}\{\xi \in \mathbb{R}^d : P_m(\xi) = 0\} \subsetneq \mathbb{R}^d.$$

Niech l oznacza wymiar przestrzeni liniowej $\text{lin}\{\xi : P_m(\xi) = 0\}$. Pokażemy, że – po zastosowaniu odpowiedniego przekształcenia liniowego – dla każdych $0 < \delta < \varepsilon$ istnieje funkcja $v \in C^\infty(\mathbb{R}^d)$ spełniająca następujące warunki:

- (i) $P(D)v = 0$,
- (ii) $[-\delta, \delta]^l \times \mathbb{R}^{d-l} \subset \text{supp } v \subset [-\varepsilon, \varepsilon]^l \times \mathbb{R}^{d-l}$,
- (iii) v jest funkcją analityczną zmiennych rzeczywistych na $(-\delta, \delta)^l \times \mathbb{R}^{d-l}$.

Okazuje się, że istnienie tego typu rozwiązań pozostaje w ścisłym związku z problemem aproksymacji typu Rungego w przestrzeniach rozwiązań operatorów częściowo eliptycznych, zarówno w kontekście przestrzeni $C^\infty(\Omega)$ funkcji gładkich na zbiorach otwartych, jak i przestrzeni $\mathcal{E}(F)$ funkcji gładkich w sensie Whitneya na zbiorach domkniętych.

Jest to wspólna praca z Thomasem Kalmesem z Uniwersytetu Technicznego w Chemnitz.

Wtorek, 2 grudnia 2025 r.

Godz. 10.00

B3-39
