

Legnica, 13 czerwca 2019 r.

dr hab. Wojciech Kordecki,
prof. PWSZ w Legnicy
Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa
im. Witelona w Legnicy
Wydział Nauk Technicznych i Ekonomicznych
Zakład Informatyki
ul. Sejmowa 5c
59-220 Legnica
e-mail: kordeckiw@pwsz.legnica.edu.pl

Recenzja rozprawy doktorskiej
mgr. Justyny Banaszak p.t.

On the Structure of Kronecker Graphs O strukturze grafów Kroneckera

Zawartość rozprawy

Recenzowana rozprawa doktorska składa się z obszernego streszczenia i sześciu rozdziałów. Wyniki zawarte w rozprawie pochodzą w części z dwóch opublikowanych artykułów:

[1] „On matchings in stochastic Kronecker graphs” opublikowanego w *The Electronic Journal of Combinatorics* w roku 2016

oraz wspólnego z promotorem

[2] „On the diameter of Kronecker graphs” opublikowanego w *Discrete Mathematics* w roku 2018.

Treść tych artykułów nie wyczerpuje jednak całości rozprawy doktorskiej.

W rozdziale pierwszym podane zostały w ścisły i wyczerpujący sposób metody użyte do otrzymania wyników stanowiących zasadniczą część rozprawy, przedstawionych w rozdziałach 3 – 6. W rozdziale drugim przedstawione zostały wszystkie, potrzebne definicje losowych grafów Kroneckera $\mathcal{K}(n, \mathbf{P})$ oraz przedstawione zostały otrzymane wcześniej przez innych autorów wyniki dotyczące tych grafów.

Wyniki z rozdziału trzeciego są rozszerzeniem wyników z pracy

Kang, Karoński, Koch, Makai *Properties of stochastic Kronecker graphs*

z roku 2015. Treścią tego rozdziału jest struktura sąsiadów wierzchołków podana w postaci dwóch lematów.

Głównym wynikiem rozdziału czwartego jest twierdzenie 4.1 podające funkcję progową dla posiadania skojarzenia doskonałego przez $\mathcal{K}(n, \mathbf{P})$. W twierdzeniu 4.3 podano funkcję progową dla własności k -PN. Wyniki przedstawione w tym rozdziale pochodzą z pracy [1], jednakże w porównaniu z tą pracą, dowody są bardziej szczegółowe i ilustrowane rysunkami (których brak w cytowanej pracy), a które bardzo ułatwiają zrozumienie rachunkowych części dowodów.

Rozdział piąty, to twierdzenie, że prawie na pewno $\mathcal{K}(n, \mathbf{P})$ jest k -spójny dla k będącego minimalnym stopniem wierzchołka w tym grafie. Jest to uogólnienie twierdzenia 2.2, które z kolei jest szczególnym przypadkiem dla $k = 2$ rozważanym w recenzowanej rozprawie, ogólnego modelu $k \times k$ autorstwa Radcliffe i Young z roku 2015.

Ostatni rozdział szósty, zawiera wyniki z pracy [2]. Głównym wynikiem jest twierdzenie, że średnica $\mathcal{K}(n, \mathbf{P})$ jest ograniczona z góry przez stałą zależną tylko od parametrów α , β i γ takich, dla których ten graf jest spójny. Dalsze wyniki w tym rozdziale dotyczą zachowania się średnicy na progu i w jego pobliżu. Podobnie jak w rozdziale czwartym, dowody są bardziej szczegółowe i ilustrowane rysunkami (w pracy [2] jest tylko jeden), ułatwiający czytanie rozprawy.

Ocena wartości rozprawy i uwagi krytyczne

Wyniki zawarte w rozprawie oceniam bardzo wysoko. Większość z nich została opublikowana w dwóch artykułach w renomowanych czasopismach. Rozprawa doktorska nie ogranicza się jednak do mechanicznego wklejenia wyników z tych prac do rozprawy. Wyniki są rozszerzone, uzupełnione i starannie zebrane w jedną logicznie ułożoną całość.

Za najbardziej wartościowe uważam wyniki z rozdziału szóstego. Są one bardzo ciekawe i o potencjalnie ważnych zastosowaniach w informatyce¹. Wydaje się, że uważna lektura pracy Leskovec et al. i próba interpretacji wyników

¹J. Leskovec, D. Chakrabarti, J. Kleinberg, Ch. Faloutsos, Z. Ghahramani. *Kronecker Graphs: An Approach to Modeling Networks*. J. Machine Learning Research, 2010.

rozprawy w dziedzinie modelowania sieci komputerowych może być bardzo interesująca.

Na szczególną uwagę zasługuje redakcja dwóch pierwszych wprowadzających rozdziałów. Zebrano w nich wszystkie potrzebne informacje, ale bez zbędnego nadmiaru. Jest ich dokładnie tyle ile trzeba, co powoduje, że niełatwą pracę czyta się z przyjemnością.

Całość rozprawy jest zredagowana z niezwykłą starannością. Mimo usiłowań, nie znalazłem miejsc, które pozwoliłyby na sformułowanie krytycznych uwag. Na podkreślenie zasługuje też bardzo elegancki skład w \TeX -u.

Jedyna uwaga, to skromne przedstawienie w dwóch dosłownie zdaniach, zastosowań w informatyce. Uwaga ta oczywiście nie obniża mojej wysokiej oceny rozprawy.

Wniosek

Rozprawa doktorska mgr Justyny Banaszak spełnia wszelkie wymogi, zarówno ustawowe jak i zwyczajowe w dziedzinie matematyki stawiane rozprawom doktorskim i jest podstawą do nadania stopnia naukowego doktora nauk matematycznych

Wnoszę więc o dopuszczenie doktorantki do następnych etapów przewodu doktorskiego.

Uważam też, że przedstawiona do recenzji rozprawa doktorska zasługuje na wyróżnienie.

Wojciech Kordecki

