ABELIAN VARIETIES OVER p-ADIC FIELDS
ROZMAITOŚCI ABELOWE NAD CIAŁAMI p-ADYCZNYMI
PRACA DOKTORSKA

JĘDRZEJ GARNEK

Celem tej pracy jest przedstawienie wyników dotyczących trzech problemów związanych z rozmaitościami abelowymi nad ciałami p-adycznymi. W pierwszej części rozprawy badamy arytmetyczną złożoność p-torsji rozmaitości abelowej nad ciałem liczb p-adycznych. Jest to związane z otwartym problemem, postawionym przez David i Westona w 2008 r. W pracy wskazujemy na związek tego problemu z pojęciem kanonicznego podniesienia rozmaitości abelowej. Próbujemy również zweryfikować hipotezę David i Westona dla krzywych eliptycznych z mnożeniem zespolonym, co prowadzi do poszukiwania liczb pierwszych w ciągach zadanych rekurencyjnie.

W następnej części pracy badamy ekwiwariantne zachowanie ciągu Hodge'a–de Rhama dla krzywej z działaniem grupy skończonej w dodatniej charakterystyce. Pokazujemy między innymi, że jeżeli ciąg Hodge'a–de Rhama tej krzywej rozszczepia się, to działanie to musi być słabo rozgałęzione. Omawiamy również twierdzenia odwrotne oraz wskazujemy na powiązanie tego problemu z podnoszeniem nakryć do pierścienia wektorów Witta długości 2. Pozwala nam to na wskazanie nowych przykładów rozmaitości abelowych bez kanonicznych podniesień.

Ostatnia część rozprawy dotyczy ciał podziału rozmaitości abelowych zdefiniowanych nad ciałami liczbowymi. Korzystając z teorii Kummera rozmaitości abelowych oraz różnych metod p-adycznych (takich jak teoria modeli Nérona oraz twierdzenie klasyfikacyjne dla zwartych p-adycznych grup Liego), dowodzimy dolnego oszacowania na liczbę klas ciała podziału. Oszacowanie to zależy od rangi grupy Mordella–Weila rozmaitości abelowej oraz redukcji punktów p-torsyjnych modulo ideały pierwsze leżące nad p.

19.04.2020, J. Garnek