

## **Recenzja rozprawy doktorskiej Piotra Maćkowiaka "Non-linear superposition operators in the space of functions of bounded variation"**

Z dokumentacji wynika, że kandydat ubiegający się o stopień doktora nauk matematycznych ma już stopień doktora habilitowanego w innej dziedzinie. Jako podstawę do nadania stopnia przedstawia swój udział w dwu opublikowanych pracach współautorskich i jednej samodzielnej. Prace opublikowane są w języku angielskim w dobrej klasy czasopismach. Do prac dołączony jest autoreferat omawiający i wyjaśniający udział autora w pracach wspólnych z trzema współautorami ( w tym z promotorem) i znaczenie wyników własnych.

Jako podstawę mojej oceny przyjmuję zawartość pracy samodzielnej "On the continuity of superposition operators in the space of functions of bounded variation" opublikowanej w roku 2017 w znanym czasopiśmie *Aequationes Mathematicae*. Miejsce publikacji jest dobrze wybrane gdyż, moim zdaniem, wyniki autora, a także te wspólne, mogą mieć największe zainteresowanie wśród specjalistów zajmujących się równaniami funkcyjnymi. Wyniki kandydata pochodzące z prac współautorskich, choć istotne, traktuję jako uzupełniające.

Tematem wspomnianych prac są odpowiedzi na pytania zasygnalizowane w dwu monografiach dotyczących klasycznej przestrzeni  $BV[a,b]$  funkcji o wahanu ograniczonym. Chodzi o książkę z 1990 roku J.Appela i P.P. Zabreiki i nowszą J.Appela, J. Banasia, i N. Merentesa z roku 2014. Przestrzeń  $BV[a,b]$  ma dość skomplikowaną strukturę. Każda funkcja rzeczywista  $f$  określona na całej osi generuje na przestrzeni  $BV[0,1]$  jednorodny operator złożenia  $F$  określony dla funkcji  $x$  jako  $Fx(t)=f(x(t))$ . Podobnie funkcja dwu zmiennych  $f(t,u)$  generuje operator niejednorodny  $Fx(t)=f(t,x(t))$ . Oczywiście bez dodatkowych założeń nie wiadomo jakie własności mają otrzymane nowe funkcje. W szczególności można zapytać czy po złożeniu zachowana jest własność ograniczonego wahanu. Jeśli tak to czy otrzymane operatory nieliniowe są lokalnie ograniczone i ciągłe.

Monografie wymieniają odpowiedzi na te pytania jako ważne dla teorii. Osobiście uważam, że te odpowiedzi mogą być użyteczne dla specjalistów zajmujących się teorią równań funkcyjnych, równań całkowych i mieszanych.

Doktorant wraz z współautorami zajmuje się od pewnego czasu odpowiedziami na te i różne warianty tych pytań. W pracy samodzielnej autor zajmuje się głównie problemem ciągłości. Niektóre z otrzymanych wyników jak ten z twierdzenia siódmego mówiący, że lokalnie lipschitzowska funkcja jednej zmiennej  $f$  generuje ciągły na zbiorach ograniczonych operator jednorodny czy ten z twierdzenia drugiego mówiący o niejednorodnym operatorze złożenia generowanym przez funkcje różniczkowalną mają dość naturalne sformułowania. Większość wyników jest jednak bardzo techniczna opierająca się na dość skomplikowanych założeniach. Na przykład twierdzenie dziesiąte podaje równoważny warunek dla ciągłości w punkcie. Warunek jest tak skonstruowany, że w konkretnej sytuacji sprawdzenie czy zachodzi jest bardzo kłopotliwe. Najładniejszą, moim zdaniem, częścią pracy jest przykład funkcji dwu zmiennych, lipschitzowskiej względem obu generującej operator nieciągły. Ten przykład wyjaśnia dlaczego rozważania są skomplikowane.

## **Moja opinia i konkluzja**

To poprawna klasyczna analiza matematyczna. Cel tych badań jest jasno postawiony. Technika badań opiera się nie na wysokich środkach a na narzędziach klasycznej analizy. Kandydat wykazał, że w pełni je opanował i umie się nimi posługiwać. Charakter tematyki jest jednak taki, że za wyjątkiem przykładów, brak tu miejsca na polot, subtelność matematyczną i "elegancję". To żmudna, drobiazgową, kroczek po kroczku praca.

Oczywiście nie mam zastrzeżeń co do uznania, że tradycyjne i przepisowe wymagania dotyczące poziomu prac doktorskich są przez te wyniki badań kandydata spełnione. Nie widzę przeszkód zaproponować dopuszczenie kandydata do dalszych etapów procedury, o co wnoszę.

## **Uwagi końcowe, niekoniecznie do kandydata**

Moja umiarkowanie pozytywna recenzja jest obciążona faktem, że osobiście nie lubię rozpraw doktorskich przedstawianych w formie opublikowanych wyników, często współautorskich, standardowym żargonem w języku angielskim. Uważam, że tradycyjna droga poprzez przedstawienie rozprawy pozwala kandydatowi wykazać się dojrzałością i szerzej spojrzeć na wyniki w kontekście całej teorii. Oceniającemu pozwala lepiej spojrzeć na całokształt sprawy. Z punktu widzenia obecnie obowiązujących przepisów nie mogę niczego kwestionować ale zaznaczam tylko swój punkt widzenia.

Lublin, 21 sierpnia 2017 r.

Prof. dr hab. Kazimierz Goebel

