Streszczenie

Głównym celem rozprawy jest zbadanie rozwiązań równania różniczkowego liniowego

$$y'(x) = \lambda y(x) + f(x), \quad (\lambda \neq 0),$$

gdzie f jest funkcją prawie okresową w uogólnionym sensie. Rozważamy dwie klasy uogólnionych funkcji prawie okresowych - klasę funkcji prawie okresowych względem miary Lebesgue'a (w skrócie: μ-p.o.) oraz klasę funkcji prawie okresowych w sensie Lewitana (w skrócie: LAP). Dla obu klas podajemy warunki, które gwarantują odpowiednio istnienie oraz nieistnienie uogólnionego rozwiązania prawie okresowego. Ponieważ rozwiązania powyższego równania zazwyczaj można wyrazić za pomocą splotu z pewną funkcją z przestrzeni $L^1(\mathbb{R})$, więc szczególna uwaga jest poświęcona operatorowi splotu. Próbujemy uogólnić wyniki znane z literatury dla operatora splotu określonego na przestrzeni funkcji prawie okresowych w sensie Stiepanowa oraz na przestrzeni ograniczonych funkcji LAP.

Ponadto w niniejszej rozprawie rozważamy tak zwany model *„leaky-integrate-and-fire"*. Model ten jest określony dla tego samego równania różniczkowego liniowego ($\lambda \leqslant 0$) z dodatkowym warunkiem

$$\text{jeżeli} \quad y(x_0) = 1, \quad \text{to} \quad \lim_{x \to x_0^+} y(x) = 0,$$

gdzie y jest rozwiązaniem powyższego równania różniczkowego oraz f jest uogólnioną funkcją prawie okresową. W modelu tym badamy własności funkcji *„firing map"* określonej wzorem

$$\Phi(t) = \inf\Big\{ s > t \colon e^{\sigma t} = \int_t^s (f(u) - \sigma) e^{\sigma u} du \Big\}$$

oraz własności funkcji *„displacement map"* określonej wzorem $\Psi(t) = \Phi(t) - t$. Ponadto rozważamy wielkość zwaną *liczbą obrotu* określoną wzorem

$$\rho(f) = \lim_{n \to \infty} \frac{\Phi^n(t_0)}{n},$$

gdzie $\Phi^1(t_0) = \Phi(t_0)$, $\Phi^n(t_0) = \Phi(\Phi^{n-1}(t_0))$, dla $n > 1$, oraz $t_0 \in \mathbb{R}$. Próbujemy uogólnić wyniki znane dla klasy funkcji prawie okresowych w sensie Stiepanowa na klasę funkcji μ-p.o.

Ponadto w rozprawie porównujemy klasę ciągłych funkcji μ-p.o. z klasą funkcji LAP. Jednocześnie, podajemy odpowiedź na pewien otwarty problem dotyczący funkcji prawie automorficznych.

Adam Nawrocki