

Streszczenie

Celem niniejszej rozprawy jest zbadanie kilku własności operatorów kompozycji i wagowych operatorów kompozycji działających na przestrzeni funkcji gładkich, to jest, operatorów postaci $C_\psi : C^\infty(\Omega) \rightarrow C^\infty(\Omega)$, $F \mapsto F \circ \psi$, lub postaci $C_{w,\psi} : C^\infty(\Omega) \rightarrow C^\infty(\Omega)$, $F \mapsto w \cdot (F \circ \psi)$, gdzie $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ jest zbiorem otwartym, $C^\infty(\Omega)$ jest przestrzenią Frécheta funkcji gładkich na Ω , a funkcje $\psi : \Omega \rightarrow \Omega$, $w : \Omega \rightarrow \mathbb{C}$ są gładkie. Operatory te są bardzo naturalnymi przykładami operatorów działających na przestrzeni funkcji gładkich, która jest bardzo ważnym obiektem w analizie.

Pierwsza część rozprawy poświęcona jest pytaniu dla jakich gładkich funkcji $\psi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ obraz operatora kompozycji C_ψ jest domknięty w $C^\infty(\mathbb{R})$. Podajemy kilka warunków koniecznych i dostatecznych. W szczególności dowodzimy, że jeśli $\psi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest gładką funkcją semiwłaściwą, która nie ma punktów płaskich, to obraz operatora kompozycji C_ψ jest domknięty.

Druga część rozprawy poświęcona jest badaniu kilku dynamicznych własności operatorów kompozycji i wagowych operatorów kompozycji działających na $C^\infty(\Omega)$, gdzie $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ jest zbiorem otwartym. Charakteryzujemy hipercykliczne (w przypadku wag rzeczywistych), słabo mieszające i mieszające wagowe operatory kompozycji. Jako wniosek otrzymujemy charakteryzację hipercyklicznych, słabo mieszających i mieszających operatorów kompozycji. Następnie pokazujemy, że te trzy klasy operatorów pokrywają się w przypadku jednowymiarowym.

Przostęch