Strzeszczenie rozprawy doktorskiej “Inequalities for Sums of Random Variables: a combinatorial perspective”

Matas Šileikis

W rozprawie badamy oszacowania prawdopodobieństwa $\mathbb{P}(S \in I)$, gdzie $S = X_1 + \cdots + X_n$ jest sumą niezależnych lub słabo zależnych zmiennych losowych, a I jest przedziałem (ograniczonym lub nie). Rozpatrujemy trzy, dość odmienne, problemy tego typu.

Pierwszy z nich dotyczy koncentracji zmiennej losowej $f(X_1, \cdots, X_n)$, gdzie $X_1, \cdots, X_n$ są niezależnymi zmiennymi losowymi Bernoulliego z parametrem p, a funkcja $f : \{0, 1\}^n \to \mathbb{R}$ spełnia warunek Lipschitza ze względu na metrykę Hamminga. Otrzymujemy proste oszacowanie na $\mathbb{P}(f - \mathbb{E} f > x)$, które w rozpatrywanym kontekscie jest lepsze niż znana nierówność McDiarmida. Z uzyskanego oszacowania wyprowadzamy nierówność izoperymetryczną, która jest podobna do pewnej nierówności, uzyskanej przez Talagranda inną metodą.

W drugiej części udowadniamy optymalne oszacowania z góry dla $\mathbb{P}(S \in I)$, gdy zmienne X_i są niezależne, mają symetryczne rozkłady i wartości bezwzględne ograniczone przez 1. Nasze wyniki dotyczą przypadków, gdy $I = [x, \infty)$ lub $I = \{x\}$.

Trzeci kierunek rozprawy dotyczy liczby X_G kopii danego grafu G w grafie losowym $\mathbb{G}(n, p)$. Dla pewnych G, otrzymujemy oszacowania wykładnicze dla $\mathbb{P}(X_G \geqslant t\mathbb{E}\, X_G)$, które są optymalne z dokładnością do stałej w wykładniku.